

3.57. **3.57.** Oblicz:

- a) $(\sqrt{2} + 2)^2$ b) $(6 + \sqrt{3})^2$ c) $(2\sqrt{5} + 1)^2$ d) $(3 + 2\sqrt{3})^2$
e) $(2\sqrt{5} + 3\sqrt{7})^2$ f) $(4\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2$ g) $(6\sqrt{2} + 2\sqrt{6})^2$ h) $(7\sqrt{2} + 3\sqrt{10})^2$

3.58. **3.58.** Oblicz:

- a) $(1 - \sqrt{3})^2$ b) $(3 - \sqrt{5})^2$ c) $(\sqrt{2} - 4)^2$ d) $(\sqrt{7} - 5)^2$
e) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$ f) $(2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})^2$ g) $(3\sqrt{5} - 4\sqrt{6})^2$ h) $(2\sqrt{10} - 5\sqrt{2})^2$

3.59. **3.59.** Oblicz:

- a) $(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})$ b) $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$
c) $(4 - \sqrt{2})(\sqrt{2} + 4)$ d) $(3 + \sqrt{7})(\sqrt{7} - 3)$
e) $(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})$ f) $(3\sqrt{5} - 7)(3\sqrt{5} + 7)$
g) $(1 - 4\sqrt{5})(1 + 4\sqrt{5})$ h) $(10\sqrt{6} + 3)(10\sqrt{6} - 3)$

3.60. **3.60.** Korzystając z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia, oblicz:

- a) $(x + 9)^2$ b) $(8 + y)^2$ c) $(2a + 3)^2$
d) $(4x + 5y)^2$ e) $(\sqrt{2} + b)^2$ f) $(3a + \sqrt{3})^2$

3.61. **3.61.** Korzystając z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia, oblicz:

- a) $(5 - b)^2$ b) $(a - 4)^2$ c) $(3a - 2b)^2$
d) $(7x - 1)^2$ e) $(2\sqrt{2} - 5x)^2$; f) $(\sqrt{2}x - \sqrt{8}y)^2$

3.62. **3.62.** Korzystając z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia, oblicz:

- a) $(x - 10)(x + 10)$ b) $(y + 11)(y - 11)$
c) $(4x + 2y)(4x - 2y)$ d) $(1 - \sqrt{5}x)(1 + \sqrt{5}x)$
e) $(13x + 14y)(13x - 14y)$ f) $(\sqrt{3}a - \sqrt{6}b)(\sqrt{3}a + \sqrt{6}b)$

3.63. **3.63.** Zapisz za pomocą sum algebraicznych wyrażenia:

- a) $(x^2 - 7)^2$ b) $(-4x + 3y)^2$ c) $(-2a - 5b)^2$
d) $(-3x + 7y)(3x + 7y)$ e) $(-x^2 + 1)(-x^2 - 1)$ f) $[6a + (-5b)]^2$
g) $(-3x + \sqrt{3})(3x + \sqrt{3})$ h) $(5 - \sqrt{5}x)(\sqrt{5}x - 5)$ i) $(x^3 + \sqrt{2})(-\sqrt{2} - x^3)$

3.64. **3.64.** Uprość wyrażenie:

- a) $(1 - x)(1 + x)(1 + x^2)$
b) $5y^2 - 3(y + 1)(y - 1)$
c) $7(z^2 - 2) - 4(z + 3)(z - 3)$
d) $10(a^2 - 15) - 12(a - 4)(a + 4)$
e) $2(a - b)^2 - 2(a + b)^2 + 4(a + b)(a - b)$
f) $(m + 1)^2 - (2m - 2)^2 + (2m + 3)^2 - (4m - 4)^2$
g) $2(3 - x)(1 + x) - (1 - 2x)^2 + (-2 - x)^2$
h) $9^2 - (1 - x)(2 + x) - 3(5 - x)^2$

3.66. Rozwiąż równania:

- a) $(x-1)^2 - (x+4)^2 = -2x + 1$
- b) $(x+5)^2 - (x-3)^2 = x + 1$
- c) $(x+1)^2 + (x-3)(x+3) - 2 = 2(x-1)^2$
- d) $(2-x)(2+x) + (x+3)^2 = x - 7$
- e) $(x+3)^2 - (4-x)(4+x) = 2(x-1)^2 + 1$
- f) $(x-5)^2 - (x-3)^2 = 4(x-2)$
- g) $(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{3}) - (x+\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) - \sqrt{12} = 0$
- h) $(x+2\sqrt{5})^2 + (x-2\sqrt{5})^2 = 46$

3.67. Rozwiąż nierówności:

- a) $2(x-1)^2 - (x+3)^2 \leq x(x-2) + 1$
- b) $(x+4)^2 - (x+1)^2 \geq 4(x-1)$
- c) $2(x-5)^2 - 3(x+2)^2 < 6 - x^2$
- d) $(x-2)^2 - (x+5)(x-5) > -4(x+5)$
- e) $x(x-1) + (2-x)(2+x) < -x + 3$
- f) $4(x-1)(x+1) - (2x-1)^2 > 3$
- g) $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2}) - (x+\sqrt{2})^2 < 0$
- h) $(2-x)^2 - 5 \geq (x-\sqrt{3})^2$

3.68. Rozłóż wyrażenia na czynniki, korzystając z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia:

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| a) $x^2 + 2x + 1$ | b) $9 - 6x + x^2$ | c) $4x^2 + 4x + 1$ |
| d) $y^2 - 8y + 16$ | e) $49 + 14y + y^2$ | f) $-2mn + m^2 + n^2$ |
| g) $n^2 + 25m^4 - 10m^2n$ | h) $-x^4 - 4ax^2 - 4a^2$ | i) $36p^4 + 12p^2q^2 + q^4$ |

3.69. Rozłóż wyrażenia na czynniki, korzystając z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia:

- | | | |
|------------------------|-----------------|-------------------|
| a) $b^2 - 36$ | b) $49 - y^2$ | c) $4x^2 - 25y^2$ |
| d) $m^2 - 16n^2$ | e) $a^2b^2 - 2$ | f) $9 - x^4y^2$ |
| g) $(4ab)^2 - 0,01x^6$ | h) $x^4 - 16$ | i) $3 - z^2y^6$ |

3.70. Rozłóż wyrażenia na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia:

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| a) $(5p+3q)^2 - 25$ | b) $(2a+3b)^2 - c^4$ | c) $(m-9n)^2 - 9m^2$ |
| d) $a^2 - (x+y)^2$ | e) $4 - (2a-3b)^2$ | f) $1 - (b^2 + c^2)^2$ |
| g) $(2x+3)^2 - (x-1)^2$ | h) $(2m-n)^2 - (m+n)^2$ | i) $4(a-b)^2 - (a+b)^2$ |

3.71. Rozłóż wyrażenia na czynniki, korzystając z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia:

- | | | |
|------------------|------------------|----------------|
| a) $x^4 - 25$ | b) $9 - x^4$ | c) $81x^4 - 1$ |
| d) $16x^4 - 625$ | e) $256x^4 - 81$ | f) $x^4 - 2$ |
| g) $6 - x^4$ | h) $36x^4 - 3$ | i) $4x^4 - 7$ |

72. **3.72.** Rozłóż wyrażenia na czynniki, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia:

a) $x^4 - 2x^2 + 1$

b) $x^4 + 6x^2 + 9$

c) $x^4 - 18x^2 + 81$

d) $16 - 8x^2 + x^4$

e) $625 - 50x^2 + x^4$

f) $x^4 - 10x^2 + 25$

g) $x^4 + 4x^2 + 4$

h) $16x^4 - 8x^2 + 1$

i) $81 - 72x^2 + 16x^4$

73. **3.73.** Rozłóż wyrażenia na czynniki:

a) $(x+y)^2 - a^2$

b) $x^2 - (a+b)^2$

c) $(3-x)^2 - 25$

d) $4 - (a-1)^2$

e) $25a^2 - (b-2)^2$

f) $9x^2 - (x-2)^2$

g) $(2x+1)^2 - (x+5)^2$

h) $(x-7)^2 - (4-3x)^2$

i) $25(x-1)^2 - 9(2+x)^2$

j) $4(x+3)^2 - 49(1-x)^2$

74. **3.74.** Rozłóż wyrażenia na czynniki:

a) $2x^3 - 2x$

b) $16x - 9x^3$

c) $x^3 - 4x^2 + 4x$

d) $x^3 + 2x^2 + x$

e) $36y + 12xy + x^2y$

f) $8yx^2 - 8yx + 2y$

g) $4x^2 - 40x + 100$

h) $5x^3 - 90x^2 + 405x$

i) $27x^3 + 18x^2 + 3x$

75. **3.75.** Rozłóż wyrażenia na czynniki:

a) $(x+2)x^2 - (x+2) \cdot 9$

b) $x^2(2x-1) - 3(2x-1)$

c) $16(x-3) - x^2(x-3)$

d) $(x+5)x^2 - (x+5)$

e) $25(1-x) - 9x^2(1-x)$

f) $4(2+3x)x^2 - 81(2+3x)$

g) $(x^2-1)x^2 - 36(x^2-1)$

h) $(4-x^2) - 25(4-x^2)x^2$

76. **3.76.** Rozłóż wyrażenia na czynniki:

a) $(a+7)x^2 + 4x(a+7) + 4(a+7)$

b) $(3-b)x^2 + 6(3-b)x + 9(3-b)$

c) $(c-2)x^2 - 2(c-2)x + (c-2)$

d) $(y+5)x^2 - 8x(y+5) + 4(4y+20)$

e) $(x-1)x^2 - 12x(x-1) + 6(6x-6)$

f) $(4-x) + 9x(8-2x) + 81x(4x-x^2)$

g) $(1+10x)(x+3) + 25x^2(x+3)$

h) $(x^2-14x)(2x+1) + 49(2x+1)$

77. **3.83.** Usuń niewymierność z mianownika ułamka:

a) $\frac{10}{\sqrt{3}+1}$

b) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

c) $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$

d) $\frac{2}{\sqrt{5}-3}$

e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-2}$

f) $\frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}+4}$

g) $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-3}$

h) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}+2}$

78. **3.84.** Usuń niewymierność z mianownika ułamka:

a) $\frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1}$

b) $\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}$

c) $\frac{\sqrt{3}+4}{2\sqrt{3}+2}$

d) $\frac{3\sqrt{6}-6}{3-6\sqrt{6}}$

e) $\frac{\sqrt{2}+3}{3-\sqrt{2}}$

f) $\frac{4-2\sqrt{3}}{4+2\sqrt{3}}$

g) $\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

h) $\frac{3\sqrt{15}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}-3\sqrt{15}}$

3.91. Zapisz za pomocą sum algebraicznych wyrażenia:

- a) $(y+z)^3$ b) $(2+a)^3$ c) $(1+3x)^3$ d) $(\sqrt[3]{3}+1)^3$
e) $(5-b)^3$ f) $(x-4)^3$ g) $(2x-3)^3$ h) $(1-\sqrt[3]{2})^3$

3.92. Zapisz za pomocą sum algebraicznych wyrażenia:

- a) $(x+a)(x^2-ax+a^2)$ b) $(3+x)(9-3x+x^2)$ c) $(y+4)(16-4y+y^2)$
d) $(2-y)(4+2y+y^2)$ e) $(25+5x+x^2)(x-5)$ f) $(\sqrt{2}-z)(z^2+2+\sqrt{2}z)$

3.93. Doprowadź wyrażenia do najprostszej postaci:

- a) $(x-1)^3 + (2-x)^3$ b) $(2+x)^3 + 2(x-1)^3$
c) $(x+1)(x^2-x+1) + (1-x)^3$ d) $3(x-2)(x^2+2x+4) - (x+3)^3$
e) $(x+4)^3 - (4-x)(x^2+4x+16)$ f) $(\sqrt[3]{5}+x)^3 - (\sqrt[3]{5}-x)^3 - 6\sqrt[3]{25}x$

3.94. Sprowadź wyrażenia do najprostszej postaci:

- a) $(x-1)^3 - 4(x+1)^2 + (2-x)(4+2x+x^2)$
b) $(2+x)^3 - 0,25(4x-2)^2 + (2-x)^3$
c) $2(3x-5)^2 - (x+3)^3 + 3(x+1)(x^2-x+1)$
d) $(3-x)(x^2+3x+9) + (x-4)^3 - 12(x+2)^2$

3.95. Wykonaj działania i przeprowadź redukcję wyrazów podobnych:

- a) $(x+1)^3 - (2x-3)^2 - (x+3)^2 + 2(x-2)(x+2)$
b) $(2x-5)^2(x-1) - (3x+1)^2(x+1) - (x-1)(x^2+x+1)$
c) $(2x-1)^3 - (x+1)^3 + (x+2)^3 - (x+2)(x^2-2x+4)$
d) $(2x-3y)^2 - (3x-y)(3x+y) + (x-2y)^2 - (8x-7y)(-2y)$
e) $(x^2-1)^3 - (x-1)(x^2+1)(x+1) + 4x^2(x^2+1)$
f) $(3x-1)^3 - 3(x+1)(x^2-x+1) + 2(x-2)^3$

3.96. Rozłóż wyrażenia na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia:

- a) y^3+8 b) $1-x^3$ c) $27x^3-1$
d) $8x^3-125$ e) $64+27y^3$ f) $125y^3+216$

3.97. Rozłóż wyrażenia na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia:

- a) x^3-3x^2+3x-1 b) $x^3+18x^2+108x+216$
c) $27-27y+9y^2-y^3$ d) $8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$
e) $1+6x+12x^2+8x^3$ f) $1-15y+75y^2-125y^3$

3.98. Rozłóż wyrażenia na czynniki co najwyżej drugiego stopnia.

- a) x^4+216x b) $27x-8x^4$
c) x^6-64 d) $8-x^6$
e) x^6+2x^3+1 f) $64-16x^3+x^6$
g) $x^4+x^3-125x-125$ h) $x^4-x^3+27x-27$

3.124. Wykonaj wskazane działania i zapisz wynik w postaci potęgi liczby 2:

$$\text{a) } \frac{4^3 \cdot 16^4 \cdot \sqrt[5]{32}}{64^{\frac{3}{4}} \cdot 8^5}$$

$$\text{b) } \frac{12\sqrt{32^2} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}}{2^3 \cdot 4^3 + \left(6^2 \cdot 3^{-2}\right)^2}$$

3.125. Wykonaj wskazane działania i zapisz wynik w postaci potęgi liczby 5:

$$\text{a) } \frac{5^{\frac{2}{3}} \cdot 125^{\frac{5}{3}} : \sqrt[4]{625^2} \cdot \sqrt[12]{5}}{4 \cdot 5^4 + 5^4}$$

$$\text{b) } \frac{15 \cdot 5^{\frac{7}{6}} - 50\sqrt[6]{0,2^{-1}}}{625^{\frac{1}{6}} \cdot 5^{\frac{4}{3}} : 25^{\frac{3}{2}}}$$

3.126. Wykonaj wskazane działania i zapisz wynik w postaci potęgi liczby 3:

$$\text{a) } \frac{9^{0,25} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{0,75} : \sqrt[6]{27}}{3^{\frac{2}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}} \cdot 81^{\frac{1}{6}}}$$

$$\text{b) } \frac{6 \cdot 27^{0,25} + 3^{1,75}}{\left[6 \cdot 9^{\frac{2}{3}} - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{\frac{4}{3}}\right]^{\frac{9}{4}}}$$

3.127. Oblicz:

$$\text{a) } \left[\left(4 - 12^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(4 + 12^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

$$\text{b) } \left[\left(6 - 20^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(6 + 20^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

$$\text{c) } \left[\left(6 - 11^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(6 + 11^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

$$\text{d) } \left[\left(7 + 24^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(7 - 24^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} \right]^2$$

3.128. Oblicz:

$$\text{a) } \left(3^{-1,5} + 81^{\frac{1}{2}}\right) \left(3^{\frac{3}{2}} - 3^{-2}\right)$$

$$\text{b) } (25^{0,75} + 625^{0,25}) \left((0,2)^{-\frac{3}{2}} - 25^{0,5}\right)$$

$$\text{c) } [2^3 - (0,5)^{-1,5}] [(0,125)^{-1} + 2\sqrt{2}]$$

$$\text{d) } \left(343^{\frac{1}{3}} - 7\sqrt{7}\right) \left[\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} + 7^{1,5}\right]$$

3.164. Oblicz:

- a) $\log_3 243$ b) $\log_{\frac{1}{2}} 32$ c) $\log 1000$ d) $\log_{\frac{2}{3}} \frac{81}{16}$
e) $\log_2 \frac{1}{1024}$ f) $\log_{\frac{1}{e}} 216$ g) $\log_5 625$ h) $\log_{\frac{1}{2}} 1$

3.165. Oblicz:

- a) $\log_{0,1} 0,01$ b) $\log_{1,1} 1,331$ c) $\log_{0,64} 0,8$ d) $\log_{0,125} 0,5$
e) $\log_{0,16} 0,064$ f) $\log_{0,2} 625$ g) $\log_{0,0016} 5$ h) $\log_4 0,0625$

3.166. Oblicz:

- a) $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5}$ b) $\log_{\sqrt[3]{3}} 27$ c) $\log_2 8\sqrt{2}$ d) $\log_{\frac{1}{3}} 81\sqrt{3}$
e) $\log_4 8\sqrt{2}$ f) $\log_{\frac{1}{5}} 25\sqrt{5}$ g) $\log_{\sqrt[3]{3}} \sqrt[3]{9}$ h) $\log_{2\sqrt{2}} 4\sqrt{8}$

3.167. Oblicz x , jeśli:

- a) $\log_3 x = -1$ b) $\log_5 x = 3$ c) $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$ d) $\log_{\frac{1}{3}} x = -\frac{1}{2}$
e) $\log_2 x = -\frac{2}{3}$ f) $\log_4 x = 0$ g) $\log_2 x = 10$ h) $\log_{2\sqrt{2}} x = -3$

3.171. Oblicz:

- a) $2^{\log_2 7}$ b) $3^{\frac{1}{2}\log_3 16}$ c) $10^{2+\log 3}$ d) $5^{-1+2\log_5 4}$
e) $36^{\log_6 5 - \frac{1}{4}}$ f) $27^{\log_3 2 - \frac{1}{3}}$ g) $3^{2+\log_3 4}$ h) $2^{5 - \frac{1}{3}\log_2 27}$

3.172. Wiedząc, że:

- a) $\log_3 2 = a$ i $\log_3 7 = b$, oblicz $\log_3 14$
b) $\log_7 4 = a$ i $\log_7 3 = b$, oblicz $\log_7 36$
c) $\log_4 3 = a$ i $\log_4 5 = b$, oblicz $\log_4 1,8$
d) $\log_5 4 = a$ i $\log_5 27 = b$, oblicz $\log_5 6$

3.173. Wiedząc, że:

- a) $\log_5 4 = a$ i $\log_5 3 = b$, oblicz $\log_{25} 12$
b) $\log_3 4 = a$ i $\log_3 5 = b$, oblicz $\log_{27} 0,8$
c) $\log_{14} 2 = a$ i $\log_{14} 5 = b$, oblicz $\log_7 50$
d) $\log_3 20 = a$ i $\log_3 15 = b$, oblicz $\log_2 360$

3. **3.181.** Z podanych wzorów wyznacz wskazane wielkości:

a) $d = \frac{V}{m}$; m, V

b) $F = m \cdot a$; m

c) $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$; p, T

d) $\alpha = \sqrt{\frac{K}{c}}$; K, c

4. **3.182.** Z podanych wzorów wyznacz wskazane wielkości:

a) $x = x_0 + v \cdot t$; x_0, t

b) $v = v_0 - a \cdot t$; v_0, a

c) $C_p = \frac{m_s}{m_s + m_r} \cdot 100\%$; m_r, m_s

d) $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v_3$; v_1, v_3, m_1

5. **3.183.** Z podanych wzorów wyznacz wskazane wielkości:

a) $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$; d_1 b) $P = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$; $a (a > 0)$

c) $R = \frac{a \cdot \sqrt{6}}{4}$; a d) $V = \frac{1}{12} \cdot a^3 \cdot \sqrt{2}$; a

6. **3.184.** Z podanych wzorów wyznacz wskazane wielkości:

a) $P = \frac{c+d}{2} \cdot h$; c, h

b) $P = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r+h)$; h

c) $P = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$; a

d) $P = \frac{(a+b+c)}{2} \cdot \frac{(a+b-c)}{2}$; $a, c (a, b, c > 0)$

4.12. Dany jest zbiór $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Ile jest par uporządkowanych (a, b) takich, że liczby a, b należą do zbioru X oraz:

- liczba a jest mniejsza od 3 lub liczba b jest większa od 7;
- liczba a jest większa od b lub liczba b jest większa od liczby a ;
- liczba a jest nie mniejsza niż 4 i jednocześnie liczba b jest podzielna przez 3 lub przez 5;
- liczba a jest liczbą pierwszą lub liczba b jest nie większa niż 6?

4.14. Grupa pięcioletków z przedszkola z okazji Dnia Matki zaprosiła swoje mamy na przedstawienie, w którym wystąpią jako skrzaty, mające czapki w trzech kolorach: czerwonym, niebieskim i zielonym. Liczbę osób mających czapkę w danym kolorze przedstawia tabela poniżej.

	Czapka czerwona	Czapka niebieska	Czapka zielona
Dziewczynki	7	4	2
Chłopcy	3	6	3

Ile jest możliwości wyboru pary – dziewczynka, chłopiec, w której:

- obie osoby mają czapkę w takim samym kolorze
- co najmniej jedna osoba ma czerwoną czapkę?

4.16. Ile różnych pięcioletrowych kodów można utworzyć z liter A, B, C?

4.17. Oblicz, ile jest różnych czterocyfrowych:

- liczb
 - kodów PIN,
- w których cyfry mogą się powtarzać.

4.18. Na ile sposobów można wrzucić 5 kul ponumerowanych do 6 różnych szuflad, jeżeli

- kule wrzucamy dowolnie
- każda kula ma trafić do innej szuflady?

4.19. Na ile sposobów sekretarka może wrzucić do trzech różnych szuflad 4 listy zaadresowane do różnych osób?

4.20. Numer karty płatniczej MasterCard składa się z 16 cyfr. Pierwszą cyfrą jest 5, drugą – jedna z cyfr: 1, 2, 3, 4, 5. Zakładamy, że pozostałe cyfry mogą być dowolne. Ile jest numerów kart płatniczych MasterCard?

4.21. Ile jest liczb trzycyfrowych, w których cyfra 3 występuje tylko raz?

4.22. Ile jest liczb dwucyfrowych, w których:

- co najmniej jedna cyfra jest parzysta
- co najmniej jedna cyfra jest nieparzysta?

4.33. Ile różnych liczb czterocyfrowych nieparzystych, w których wszystkie cyfry są różne, można utworzyć z cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7?

4.34. Ile różnych liczb pięciocyfrowych parzystych, w których wszystkie cyfry są różne, można utworzyć z cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?

4.35. Ile jest różnych liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach, utworzonych z cyfr należących do zbioru {4, 5, 6, 7, 8, 9} i jednocześnie większych od 666?

4.36. Ile jest różnych liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach, utworzonych z cyfr należących do zbioru {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} i jednocześnie mniejszych od 444?

4.37. Ile jest różnych liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach, utworzonych z cyfr należących do zbioru {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} i jednocześnie mniejszych od 780?

4.38. Ile jest różnych liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach i jednocześnie:
a) nieparzystych b) parzystych?

4.39. Ile jest telefonicznych numerów, które składają się z 8 cyfr takich, że:

a) pierwszą cyfrą jest 4, a pozostałe cyfry są różne od 4 i różne między sobą

b) dwie początkowe cyfry są równe 5, a ostatnią cyfrą jest 1

c) pierwsza cyfra jest parzysta różna od zera, a pozostałe cyfry są liczbami nieparzystymi

d) cyfra 7 występuje tylko raz, początkowa cyfra jest pierwsza i wszystkie cyfry są różne?

4.40. Ile jest telefonicznych numerów komórkowych, składających się z dziewięciu cyfr takich, że:

a) pierwszą cyfrą jest 5 lub 6, trzecią cyfrą jest 0, a pozostałe cyfry nie są ani piątką, ani szóstką, ani zerem

b) każda cyfra jest inna i na pierwszym miejscu nie występuje 0

c) każda kolejna cyfra tego numeru jest liczbą o 1 mniejszą od poprzedniej

d) pierwsza, trzecia, piąta, siódma i dziewiąta cyfra jest taka sama i jest liczbą nieparzystą, zaś pozostałe cyfry są różnymi liczbami parzystymi?

4.41. Ile różnych liczb dwucyfrowych podzielnych przez 3 można utworzyć z cyfr:

a) 1, 2, 4, 5, 7, 8 b) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6?

4.42. Ile różnych liczb dwucyfrowych:

a) parzystych b) podzielnych przez 4

można utworzyć z cyfr 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6?

4.43. Ile różnych liczb dwucyfrowych podzielnych przez 6 można utworzyć z cyfr $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$?

4.44. Ile jest różnych liczb dwucyfrowych:

- a) podzielnych przez 2 lub przez 3
- b) podzielnych przez 4 lub 7
- c) większych od 40 lub podzielnych przez 8
- d) podzielnych przez 2 lub 5 i niepodzielnych przez 6?

4.45. Ile jest różnych liczb trzycyfrowych o różnych cyfrach, podzielnych przez:

- a) 25
- b) 4?

4.46. Ile jest różnych liczb czterocyfrowych o różnych cyfrach i jednocześnie

- a) podzielnych przez 25
- b) większych od 5238?

4.47. Ile jest różnych liczb pięciocyfrowych o różnych cyfrach i jednocześnie

- a) podzielnych przez 4
- b) większych od 60 000?

4.48. Oblicz:

a) $4! - 2! \cdot 3!$

b) $5! - 2! \cdot 4!$

c) $\frac{10!}{8! \cdot 3!}$

d) $\frac{12!}{10! \cdot 4!}$

e) $\frac{9! \cdot 7!}{(6!)^3}$

f) $\frac{(9!)^3}{10! \cdot (8!)^2}$

4.49. Doprowadź wyrażenie do najprostszej postaci, wiedząc, że $n \in \mathbf{N}$:

a) $(n+2)(n+1)n!$

b) $(2n+1)(2n)!$

c) $\frac{(n+3)!}{(n+2)!}$

d) $\frac{(2n+2)!}{(2n)!}$

e) $\frac{(n+3)!(3n)!}{(3n+1)!(n+2)!}$

f) $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}, n > 2$

4.50. Na ile sposobów można ustawić 3 osoby w szeregu?

4.51. W biegu finałowym uczestniczy 8 sprinterów. Na ile sposobów mogą oni zająć kolejne miejsca, jeśli założymy, że wszyscy ukończą bieg?

4.52. W zespole tanecznym jest 7 dziewcząt i 7 chłopców. Każda dziewczynka ma tańczyć z chłopcem. Ile jest różnych możliwości utworzenia 7 par tanecznych?

4.53. Na ile sposobów może ustawić się w szeregu grupa 4 chłopców i 3 dziewcząt, tak aby osoby tej samej płci nie stały obok siebie?

4.54. Na ile sposobów może ustawić się w szeregu grupa 5 chłopców i 5 dziewcząt, tak aby dwie osoby tej samej płci nie stały obok siebie?

4.55. W liceum uczą się po 4 klasy pierwsze, drugie i trzecie. Na ile sposobów można położyć na biurku jeden na drugim dzienniki lekcyjne tych klas, jeśli:

- a) na samym spodzie mają leżeć wszystkie dzienniki klas pierwszych
- b) na samej górze leżą dzienniki klas „A”, niżej dzienniki klas „B”, jeszcze niżej dzienniki klas „C” i najniżej dzienniki klas „D”?

4.56. Mamy 5 książek, w tym książki A i B. Ustawiamy je losowo na pustej półce, jedna obok drugiej. Na ile sposobów można ustawić je tak, aby:

- a) książki A i B nie stały obok siebie
- b) pomiędzy książkami A i B stały dwie inne książki?

4.57. Sześć osób, które oznaczmy literami A, B, C, D, E, F, ma zająć sześć sąsiednich miejsc w jednym rzędzie w kinie. Na ile sposobów mogą one usiąść, tak aby:

- a) osoby D, E siedziały obok siebie w podanym porządku
- b) osoby A, B, C, D siedziały obok siebie w podanym porządku
- c) osoby A, B, C siedziały obok siebie w dowolnym porządku
- d) między osobami A i B siedziały dwie osoby?

4.58. Na ile sposobów można ustawić w szereg 8 osób tak, aby:

- a) osoby A, B, C zajmowały odpowiednio pierwsze, drugie i trzecie miejsce w tym szeregu
- b) osoby A i B stały obok siebie oraz pomiędzy tą parą osób a osobą C stały dwie inne osoby
- c) osoby A i B nie stały obok siebie
- d) osoba A stała pierwsza w szeregu, a w dalszej części szeregu osoba B stała bliżej A niż osoba C?

4.59. Przy okrągłym stole ustawiono 6 jednakowych krzeseł. Na ile sposobów może usiąść przy tym stole 6 osób, tak aby:

- a) osoby A i B siedziały obok siebie
- b) osoby A i B usiadły naprzeciwko siebie
- c) między osobami A i B siedziała tylko osoba C
- d) osoby A i B siedziały naprzeciwko siebie i jednocześnie osoby C i D siedziały naprzeciwko siebie?