CENTRALNA
KOMISJA
EGZAMINACYJNA

EGZAMIN MATURALNY
OD ROKU SZKOLNEGO 2014/2015

MATEMATYKA
POZIOM PODSTAWOWY

ROZWIĄZANIA ZADAŃ I SCHEMATY PUNKTOWANIA
(A1, A2, A3, A4, A6, A7)

GRUDZIEŃ 2013

Klucz odpowiedzi do zadań zamkniętych

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Odpowiedź	D	C	D	B	C	A	D	D	C	D	B	B	A	C	B	C	D	D	C	A	B	B	B

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe

Zadanie 1. (0–1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1.7. Zdający oblicza błąd bezwzględny przybliżenia.

Poprawna odpowiedź: D

Zadanie 2. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	8.6. Zdający oblicza odległość punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Poprawna odpowiedź: C

Zadanie 3. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	2.1 Zdający używa wzorów skróconego mnożenia na kwadrat sumy. 1.3. Zdający posługuje się obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach.

Poprawna odpowiedź: D

Zadanie 4. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	1.4. Zdający oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładniku wymiernym.

Poprawna odpowiedź: B

Zadanie 5. (0-1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	4.2. Zdający oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu.

Poprawna odpowiedź: C

Zadanie 6. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	2.1. Zdający używa wzorów skróconego mnożenia.

Poprawna odpowiedź: A

Zadanie 7. (0-1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1.3. Zdający posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia. 1.4. Zdający oblicza potęgi o wykładniku naturalnym.

Poprawna odpowiedź: D

Zadanie 8. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	3.3. Zdający rozwiązuje nierówność I stopnia z jedną niewiadomą.

Poprawna odpowiedź: D

Zadanie 9. (0-1)

III. Modelowanie matematyczne.	1.9. Zdający wykonuje obliczenia procentowe.

Poprawna odpowiedź: C

Zadanie 10. (0-1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	1.1. Zdający przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach.

Poprawna odpowiedź: D

Zadanie 11. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	4.1. Zdający określa funkcję za pomocą opisu słownego. 4.2. Zdający oblicza wartość funkcji dla danych argumentów i porównuje wyniki.

Poprawna odpowiedź: B

Zadanie 12. (0-1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	9.1. Zdający rozpoznaje w ostrosłupach kąty między odcinkami.

Poprawna odpowiedź: B

Zadanie 13. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	4.12. Zdający wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).

Poprawna odpowiedź: A

Zadanie 14. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	6.4. Zdający stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi do obliczenia wartości wyrażenia.

Poprawna odpowiedź: C

Zadanie 15. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	3.4. Zdający rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą.

Poprawna odpowiedź: B

Zadanie 16. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	3.2. Zdający rozwiązuje układ równań liniowych.

Poprawna odpowiedź: C

Zadanie 17. (0-1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	6.3. Zdający wykorzystuje rysunek i korzystając z definicji oblicza wartość funkcji sinus.

Poprawna odpowiedź: D

Zadanie 18. (0-1)

III. Modelowanie matematyczne.	9.6. Zdający wyznacza związki miarowe w stożku.

Poprawna odpowiedź: D

Zadanie 19. (0-1)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	7.2. Zdający korzysta z własności położenia dwóch okręgów.

Poprawna odpowiedź: C

Zadanie 20. (0-1)

IV. Użycie i tworzenie strategii.	10.2. Zdający zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych.

Poprawna odpowiedź: A

Zadanie 21. (0-1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	5.4. Zdający stosuje wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego.

Poprawna odpowiedź: B

Zadanie 22. (0-1)

III. Modelowanie matematyczne.	5.1. Zdający wyznacza wyrazy ujemne ciągu określonego wzorem ogólnym.

Poprawna odpowiedź: B

Zadanie23. (0-1)

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	10.3. Zdający oblicza prawdopodobieństwo w prostych sytuacjach.

Poprawna odpowiedź: B

Klucz oceniania zadań otwartych

Zadanie 24.(0-2)

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	4.7. Zdający interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej.

Zbiorem rozwiązań nierówności $ax+4\geq 0$ z niewiadomą x jest przedział $\left(-\infty,\ 2\right\rangle$. Wyznacz a.

<u>Rozwiązanie I sposób</u>

Rozważmy funkcję liniową $f\left(x\right)=ax+4$. Znajdziemy wszystkie a takie, by funkcja f przyjmowała wartości nieujemne dla $x\in\left(-\infty,\ 2\right\rangle$. Obliczamy miejsce zerowe funkcji f:

$ax+4=0,\qquad a\neq 0$

$ax=-4$

$x=-\dfrac{4}{a}$

Stąd $-\dfrac{4}{a}=2$, zatem $a=-2$. Sprawdzamy jeszcze, czy funkcja $f\left(x\right)=-2x+4$ przyjmuje wartości nieujemne dla $x\in\left(-\infty,\ 2\right\rangle$. Ponieważ współczynnik a we wzorze funkcji f jest ujemny, to funkcja $f\left(x\right)=-2x+4$ przyjmuje wartości nieujemne dla liczb mniejszych od miejsca zerowego i w miejscu zerowym, czyli dla $x\in\left(-\infty,\ 2\right\rangle$.

<u>Schemat oceniania I sposobu rozwiązania</u>

Zdający otrzymuje ....**1 pkt**

gdy wyznaczy miejsce zerowe funkcji f: $x=-\dfrac{4}{a}$.

Zdający otrzymuje ....**2 pkt**

gdy wyznaczy $a=-2$.

<u>Rozwiązanie II sposób</u>

Zauważamy, że a ma być taką liczbą, by nierówności $ax+4\geq 0$ oraz $x\leq 2$ były równoważne.
Przekształcamy daną nierówność:

$ax+4\geq 0$

$ax\geq -4$

$\dfrac{ax}{-2}\leq 2$

Stąd $-\dfrac{a}{2}=1$, zatem $a=-2$.

Schemat oceniania II sposobu rozwiązania

Zdający otrzymuje .... **1 pkt**

gdy zauważy, że nierówności $ax+4\geq 0$ oraz $x\leq 2$ mają być równoważne.

Zdający otrzymuje .... **2 pkt**

gdy wyznaczy $a=-2$.

Zadanie 25. (0-2)

II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	3.8. Zdający rozwiązuje równanie wymierne, prowadzące do równania kwadratowego.

Rozwiąż równanie $\frac{x(x+1)}{x-1}=5x-4$, dla $x\neq 1$.

Rozwiązanie

Przekształcamy dane równanie do postaci $x(x+1)=(5x-4)(x-1)$, opuszczamy nawiasy i redukujemy wyrazy podobne:

$x^2+x=5x^2-5x-4x+4$

$4x^2-10x+4=0$

$2x^2-5x+2=0$

Rozwiązujemy otrzymane równanie kwadratowe

$\Delta=9$

$x_1=\frac{1}{2},\qquad x_2=2$

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje .... **1 pkt**

gdy przekształci dane równanie do postaci równania kwadratowego i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

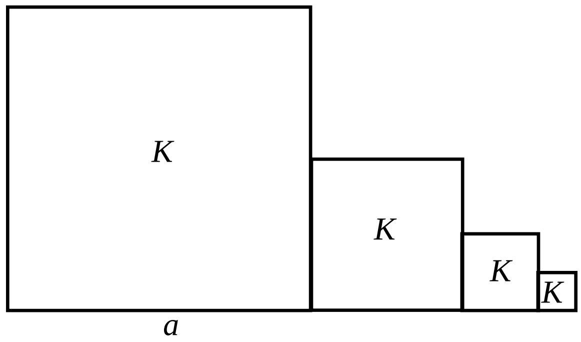
Zdający otrzymuje .... **2 pkt**

gdy zapisze rozwiązania równania $x_1=\frac{1}{2}$ oraz $x_2=2$.

Zadanie 26. (0-2)

IV. Użycie i tworzenie strategii.	5.4. Zdający dobiera strategię do konkretnej sytuacji i wykorzystuje wiadomości o ciągu geometrycznym.

Kwadrat K_1 ma bok długości a. Obok niego rysujemy kolejno kwadraty K_2, K_3, K_4, … takie, że kolejny kwadrat ma bok o połowę mniejszy od boku poprzedniego kwadratu, jak na rysunku.



Wyznacz pole kwadratu K_{12}.

<u>Rozwiązanie (I sposób)</u>

Zauważamy, że pola kwadratów tworzą ciąg geometryczny (k_n) dla $n \geq 1$ o pierwszym wyrazie $k_1 = a^2$ oraz ilorazie $q = \frac{1}{4}$. Ze wzoru na n-ty wyraz ciągu geometrycznego otrzymujemy $k_{12} = k_1 \left(\frac{1}{4}\right)^{11}$, stąd pole kwadratu K_{12} jest równe $\frac{a^2}{4^{11}}$.

<u>Rozwiązanie (II sposób)</u>

Zauważamy, że pola kwadratów tworzą ciąg geometryczny (k_n) dla $n \geq 1$ o pierwszym wyrazie $k_1 = a^2$ oraz ilorazie $q = \frac{1}{4}$. Wypisujemy kolejne wyrazy ciągu (k_n):

$a^2, \frac{1}{4}a^2, \frac{1}{4^2}a^2, \frac{1}{4^3}a^2, \frac{1}{4^4}a^2, \frac{1}{4^5}a^2, \frac{1}{4^6}a^2, \frac{1}{4^7}a^2, \frac{1}{4^8}a^2, \frac{1}{4^9}a^2, \frac{1}{4^{10}}a^2, \frac{1}{4^{11}}a^2$, zatem pole kwadratu K_{12} jest równe $\frac{a^2}{4^{11}}$.

<u>Schemat oceniania obu sposobów</u>

Zdający otrzymuje .... **1 pkt**

gdy zauważy, że pola kwadratów tworzą ciąg geometryczny o pierwszym wyrazie $k_1 = a^2$ oraz ilorazie $q = \frac{1}{4}$.

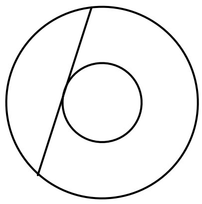
Zdający otrzymuje .... **2 pkt**

gdy wyznaczy pole kwadratu K_{12} : $\frac{a^2}{4^{11}}$.

Zadanie 27. (0-2)

V. Rozumowanie i argumentacja.	7.2. Uczeń korzysta z własności stycznej do okręgu.

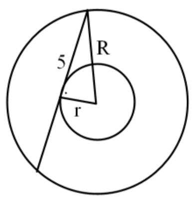
W pierścieniu kołowym cięciwa zewnętrznego okręgu ma długość 10 i jest styczna do wewnętrznego okręgu (zobacz rysunek).



Wykaż, że pole tego pierścienia można wyrazić wzorem, w którym nie występują promienie wyznaczających go okręgów.

<u>Rozwiązanie</u>

Niech R oznacza promień większego, a r promień mniejszego z okręgów wyznaczających pierścień.



Wyznaczamy pole pierścienia $P = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi\left(R^2 - r^2\right)$. Zauważamy, że trójkąt, którego bokami są promienie okręgów i połowa danej cięciwy jest trójkątem prostokątnym. Mamy więc:

$R^2 = 5^2 + r^2$ skąd $R^2 - r^2 = 25$.

Podstawiamy do wzoru na pole pierścienia $P = \pi\left(R^2 - r^2\right) = 25\pi$.

Zatem pole pierścienia, przy danej długości cięciwy zewnętrznego okręgu stycznej do okręgu wewnętrznego, nie zależy od promieni wyznaczających go okręgów.

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje .... **1 pkt**

gdy zapisze wzór na pole pierścienia kołowego $P = \pi R^2 - \pi r^2$

Zdający otrzymuje .... **2 pkt**

gdy wykaże, że tezę twierdzenia.

Zadanie 28. (0-2)

V. Rozumowanie i argumentacja.	1.1.Zdający prowadzi rozumowanie przedstawiające liczby rzeczywiste w różnych postaciach.

Uzasadnij, że liczba $4^{12} + 4^{13} + 4^{14}$ jest podzielna przez 42.

Rozwiązanie (I sposób)

Przekształcamy liczbę zapisaną w postaci sumy do postaci iloczynu liczb całkowitych: $4^{12} + 4^{13} + 4^{14} = 4^{12}\left(1+4+16\right) = 21\cdot 4^{12} = 21\cdot 2\cdot 2\cdot 4^{11} = 42\cdot 2\cdot 4^{11}$ Ponieważ powyższa liczba jest wielokrotnością liczby 42, więc dzieli się przez 42.

Rozwiązanie (II sposób)

Przekształcamy liczbę zapisaną w postaci sumy do postaci iloczynu liczb całkowitych: $4^{12} + 4^{13} + 4^{14} = 4^{12}\left(1+4+16\right) = 21\cdot 4^{12}$ Ponieważ powyższa liczba jest wielokrotnością liczby 21, więc dzieli się przez 21. Podana liczba jest również wielokrotnością liczby 4, zatem jest parzysta. Ostatecznie, jako parzysta i podzielna przez 21 dzieli się przez 42.

Rozwiązanie (III sposób)

Po podzieleniu liczby $4^{12} + 4^{13} + 4^{14}$ przez 4^{12} otrzymujemy $1+4+16 = 21$, co oznacza, ze podana liczba dzieli się przez 21. Podana liczba jest parzysta jako suma liczb parzystych. Ostatecznie, jako parzysta oraz podzielna przez 21 dzieli się przez 42.

Schemat oceniania każdego z podanych sposobów

Zdający otrzymuje .... **1 pkt**

gdy wykaże podzielność liczby przez 21 i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Zdający otrzymuje .... **2 pkt**

gdy wykaże podzielność liczby przez 42.

Zadanie 29. (0-2)

V. Rozumowanie i argumentacja.	7.4. Zdający sprawdza na podstawie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa, że trójkąt jest prostokątny i oblicza długość promienia opisanego na nim.

Na trójkącie o bokach długości $\sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{15}$ opisano okrąg. Oblicz promień tego okręgu.

Rozwiązanie

Zauważamy, na podstawie twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa, że trójkąt o takich bokach jest trójkątem prostokątnym: $\left(\sqrt{7}\right)^2 + \left(\sqrt{8}\right)^2 = \left(\sqrt{15}\right)^2$. Środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym znajduje się w środku przeciwprostokątnej. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy $R = \frac{\sqrt{15}}{2}$.

Schemat oceniania

Zdający otrzymuje .... 1 pkt
gdy zapisze, że trójkąt o bokach $\sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{15}$ jest prostokątny i na tym poprzestanie lub dalej popełni błędy.

Zdający otrzymuje ....2 pkt

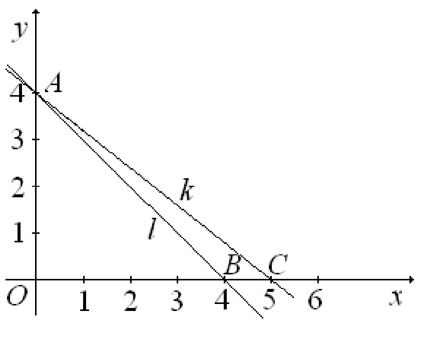
gdy obliczy promień okręgu opisanego na trójkącie ($R = \frac{\sqrt{15}}{2}$)

Zadanie 30. (0-2)

IV. Użycie i tworzenie strategii.	8.4. Zdający korzysta z własności prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Proste l i k przecinają się w punkcie $A = (0, 4)$. Prosta l wyznacza wraz z dodatnimi półosiami układu współrzędnych trójkąt o polu 8, zaś prosta k – trójkąt o polu 10. Oblicz pole trójkąta, którego wierzchołkami są: punkt A oraz punkty przecięcia prostych l i k z osią Ox.

Rozwiązanie I sposób



Zauważamy, że trójkąty wyznaczone przez osie i podane proste są prostokątne. Znajdujemy długości przyprostokatnych zawartych w osi Ox. Niech b i c oznaczają długości boków trójkątów wyznaczonych odpowiednio przez proste l i k. Ze wzoru na pole trójkąta otrzymujemy: $\frac{1}{2}\cdot 4b=8$, stąd $b=4$ oraz $\frac{1}{2}\cdot 4c=10$, stąd $c=5$. Oznaczamy punkty przecięcia prostych l i k z osią Ox odpowiednio B oraz C.

Obliczamy długości odcinków BC oraz OA: $|BC|=1$, $|OA|=4$. Pole trójkąta ABC jest równe

$P=\frac{1}{2}|BC|\cdot|OA|$, zatem $P=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 4=2$.

Schemat oceniania I sposobu rozwiązania

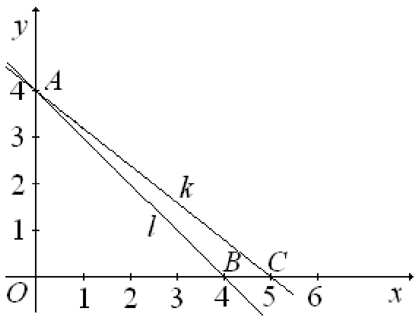
Zdający otrzymuje ....**1 pkt**

gdy obliczy długości przyprostokątnych leżących na osi Ox w obu trójkątach: 4, 8
albo
poda współrzędne punktów przecięcia prostych l i k z osią Ox: $B=(4,\ 0)$, $C=(8,\ 0)$
i na tym zakończy lub dalej popełni błędy.

Zdający otrzymuje ....**2 pkt**

gdy obliczy pole trójkąta ABC: $P=2$

Rozwiązanie II sposób



Zauważamy, że szukane pole trójkąta ABC jest różnicą pól trójkąta ACO oraz ABO.
Stąd $P=10-8=2$.

Schemat oceniania I sposobu rozwiązania

Zdający otrzymuje ....**1 pkt**

gdy zauważy i zapisze, że szukane pole trójkąta ABC jest różnicą pól trójkąta ACO oraz ABO.

Zdający otrzymuje ....**2 pkt**

gdy obliczy pole trójkąta ABC: $P=2$.

Zadanie 31. (0-4)

III. Modelowanie matematyczne.	3.1. Zdający przyjmuje odpowiednie oznaczenia i układa równanie do zadania w kontekście praktycznym.

Ala jeździ do szkoły rowerem, a Ola skuterem. Obie pokonują tę samą drogę. Ala wyjechała do szkoły o godzinie 7:00 i pokonała całą drogę wciągu 40 minut. Ola wyjechała 10 minut później niż Ala, a pokonanie całej drogi zajęło jej tylko 20 minut. Oblicz, o której godzinie Ola wyprzedziła Alę.

<u>Rozwiązanie (I sposób)</u>

Wprowadzamy oznaczenia: s – droga między domem a szkołą, x – droga przebyta przez dziewczynki do momentu spotkania, v_A – średnia prędkość Ali w km/min, v_B – średnia prędkość Oli w km/min, t – czas jazdy Ali do momentu spotkania, $s > 0, t > 10$. Obie dziewczynki do momentu spotkania przebyły taką samą drogę x, Ala ze średnią prędkością $v_A = \frac{s}{40}$ w czasie t, zaś Ola ze średnią prędkością $v_B = \frac{s}{20}$ w czasie $t-10$.

Ponieważ $v_A t = x$ i $v_B(t-10) = x$ otrzymujemy równanie $\frac{s}{40}t = \frac{s}{20}(t-10)$.

Po podzieleniu przez s obliczamy $t = 20$. Ola wyprzedzi Alę o godzinie 7:20.

<u>Rozwiązanie (II sposób)</u>

Wprowadzamy oznaczenia: s – droga między domem a szkołą, x – droga przebyta przez dziewczynki do momentu spotkania, v_A – średnia prędkość Ali w km/min, v_B – średnia prędkość Oli w km/min, T – czas jazdy Oli do momentu spotkania, $s > 0, T > 0$. Obie dziewczynki do momentu spotkania przebyły taką samą drogę x, Ala ze średnią prędkością $v_A = \frac{s}{40}$ w czasie $T+10$, zaś Ola ze średnią prędkością $v_B = \frac{s}{20}$ w czasie T.

Ponieważ $v_A(T+10) = x$ i $v_B T = x$ otrzymujemy równanie $\frac{s}{40}(T+10) = \frac{s}{20}T$. Po podzieleniu przez s obliczamy $T = 10$. Ola wyprzedzi Alę o godzinie 7:20.

__**Schemat oceniania obu sposobów rozwiązania**__

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania .... **1 pkt**

Przyjęcie odpowiednich oznaczeń i zapisanie średnich prędkości jazdy obu dziewczynek:

$v_A = \frac{s}{40}$, $v_B = \frac{s}{20}$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .... **2 pkt**

Zapisanie drogi przebytej przez co najmniej jedną dziewczynkę w przyjętym czasie: np.
$v_A t = x$ lub $v_B\left(t-10\right) = x$ lub $v_A\left(T+10\right) = x$ lub $v_B T = x$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania .... **3 pkt**

Ułożenie równania np. $\frac{s}{40}t = \frac{s}{20}\left(t-10\right)$ lub $\frac{s}{40}\left(T+10\right) = \frac{s}{20}T$

Rozwiązanie pełne .... **4 pkt**

W I sposobie: Rozwiązanie równania: $t = 20$ i zapisanie odpowiedzi: Ola wyprzedzi Alę o godzinie 7:20.
W II sposobie Rozwiązanie równania $T = 10$ i zapisanie odpowiedzi: Ola wyprzedzi Alę o godzinie 7:20.

Zadanie 32. (0-5)

IV. Użycie i tworzenie strategii.	8.1. Zdający wyznacza równanie prostej. 8.3. Zdający wyznacza równanie prostej prostopadłej. 8.4. Zdający oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.

Dane są wierzchołki trójkąta *ABC*: $A = (2,\, 2)$, $B = (9,\, 5)$ i $C = (3,\, 9)$. Z wierzchołka *C* poprowadzono wysokość tego trójkąta, która przecina bok *AB* w punkcie *D*. Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez punkt *D* i równoległej do boku *BC*.

__**Rozwiązanie**__

Wyznaczamy równanie prostej *AB*. Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy $a_{AB} = \frac{5-2}{9-2} = \frac{3}{7}$. Prosta *AB* przechodzi przez punkt $A = (2,\, 2)$ zatem $y = \frac{3}{7}x + b$,

$2 = \frac{6}{7} + b$ stąd $b = \frac{8}{7}$.

Prosta *AB* ma postać $y = \frac{3}{7}x + \frac{8}{7}$.

Prosta zawierająca wysokość jest prostopadła do *AB* i przechodzi przez punkt *C*.

$y = -\frac{7}{3}x + b,\ 9 = -7 + b$, stąd $b = 16$.

Prosta CD ma zatem postać $y=-\frac{7}{3}x+16$.

Współrzędne punktu D znajdujemy rozwiązując układ równań zbudowany z równań prostych AB i CD:

$$\begin{cases} y=-\frac{7}{3}x+16 \\ y=\frac{3}{7}x+\frac{8}{7} \end{cases}$$

$$-\frac{7}{3}x+16=\frac{3}{7}x+\frac{8}{7}$$
$$-49x+336=9x+24$$
$$-58x=-312$$

$$\begin{cases} x=\frac{156}{29} \\ y=\frac{100}{29} \end{cases}$$
$$D=\left(\frac{156}{29},\frac{100}{29}\right)$$

Współczynnik kierunkowy prostej BC jest równy $a_{BC}=\frac{5-9}{9-3}=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

Szukana prosta ma zatem postać $y=-\frac{2}{3}x+b$ i przechodzi przez punkt D.

$\frac{100}{29}=-\frac{2}{3}\cdot\frac{156}{29}+b$, stąd $b=7\frac{1}{29}$

Szukana prosta ma postać $y=-\frac{2}{3}x+7\frac{1}{29}$.

<u>**Schemat oceniania**</u>

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania zadania .... **1 pkt**

Wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej AB lub prostej BC: $a_{AB}=\frac{3}{7}$, $a_{BC}=-\frac{2}{3}$

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .... **2 pkt**

Wyznaczenie równań prostych AB i CD: $\begin{cases} y=-\frac{7}{3}x+16 \\ y=\frac{3}{7}x+\frac{8}{7} \end{cases}$

Pokonanie zasadniczych trudności zadania ....**3 pkt**

Znalezienie punktu D: $D=\left(\frac{156}{29},\frac{100}{29}\right)$

Rozwiązanie zadania do końca lecz z usterkami, które jednak nie przekreślają poprawności rozwiązania .... **4 pkt**

Rozwiązanie zadania do końca z błędem rachunkowym w wyznaczeniu punktu D.

Rozwiązanie pełne .... **5 pkt**

Zapisanie równania prostej równoległej do BC i przechodzącej przez punkt D:

Zadanie 33. (0-4)

III. Modelowanie matematyczne.	9.6. Zdający oblicza pole powierzchni graniastosłupów.

Jacek bawi się sześciennymi klockami o krawędzi 2 cm. Zbudował z nich duży sześcian o krawędzi 8 cm i wykorzystał do tego wszystkie swoje klocki. Następnie zburzył budowlę i ułożył z tych klocków drugą bryłę – graniastosłup prawidłowy czworokątny. Wtedy okazało się, że został mu dokładnie jeden klocek, którego nie było gdzie dołożyć. Oblicz stosunek pola powierzchni całkowitej pierwszej ułożonej bryły do pola powierzchni całkowitej drugiej bryły i wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

__Rozwiązanie__

Pole powierzchni całkowitej pierwszej budowli (sześcianu) jest równe $6\cdot 8^2=384\ \text{cm}^2$.
Obliczamy, ile klocków ma Jacek: $8:2=4,\ 4^3=64$.

Jeśli podstawą graniastosłupa byłby kwadrat o boku 2 cm, to Jacek zużyłby wszystkie klocki i graniastosłup miałby 128 cm wysokości.
Jeśli podstawą graniastosłupa byłby kwadrat o boku 4 cm, to Jacek również zużyłby wszystkie klocki i graniastosłup miałby 32 cm wysokości.
Jeśli podstawą graniastosłupa byłby kwadrat o boku 6 cm, to Jacek zużyłby $3\times 3\times 7=63$ klocki i graniastosłup miałby 14 cm wysokości.

Zatem druga zbudowana bryła, to prostopadłościan o wymiarach $6\times 6\times 14$. Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe $2\cdot 6\cdot 6+4\cdot 6\cdot 14=408\ \text{cm}^2$

Szukany stosunek jest równy $\frac{384}{408}=\frac{16}{17}$.

__Schemat oceniania__

Rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania..**1 pkt**

Zapisanie liczby klocków: 64.

Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp .... **2 pkt**

Zapisanie, ze szukaną bryłą jest prostopadłościan o wymiarach $6\ \text{cm} \times 6\ \text{cm} \times 14\ \text{cm}$.

Pokonanie zasadniczych trudności zadania .... **3 pkt**

Obliczenie pola powierzchni całkowitej drugiej bryły: $408\ \text{cm}^2$

Rozwiązanie pełne .... **4 pkt**

Zapisanie stosunku pól powierzchni obu brył w postaci ułamka nieskracalnego: $\frac{16}{17}$