

Zakoduj wynik w kratkach umieszczonych obok polecenia.

Zadanie 1. (2 pkt)

Wykres funkcji g otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = 2x^2 + 8x + 5$ o wektor $[\frac{17}{4}, \frac{17}{4}]$. Parabola będąca wykresem funkcji g ma wierzchołek w punkcie (p, q) . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby $|pq|$.

Zadanie 2. (2 pkt)

Funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe x_1, x_2 , które są liczbami odwrotnymi takimi, że $x_1 < x_2$ oraz $x_1 + x_2 = 4$. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby x_1 .

Zadanie 3. (2 pkt)

Oblicz wartość parametru k , dla którego zbiorem wartości funkcji $f(x) = x^2 + 3x + k - 3$ jest przedział $\langle -2; \infty \rangle$. Zakoduj cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby k .

Zadanie 4. (2 pkt)

Liczba $\frac{18-\sqrt{7}}{2}$ jest jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej, której wykresem jest parabola o wierzchołku w punkcie $(4, 6)$. Liczba x_2 jest drugim miejscem zerowym tej funkcji. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby x_2 .

Zadanie 5. (2 pkt)

Liczba p jest równa kwadratowi różnicy pierwiastków równania $x^2 + 4x - \frac{1}{4} = 0$. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby p .

Zadanie 6. (2 pkt) CKE

Równanie $x^2 + 48x + 2 = 0$ ma dwa rozwiązania x_1, x_2 . Liczba $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ jest liczbą całkowitą dodatnią. Znajdź tę liczbę. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (2 pkt)

X jest zbiorem całkowitych wartości parametru m , dla których równanie $|-x^2 + 2|x| + 5| = m$ ma cztery rozwiązania. Oblicz sumę sześciątów liczb należących do zbioru X . Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Zestaw D. Zadania otwarte

odpowiedzi
- s. 148
modele
- s. 149

Zadanie 1. (4 pkt)

Rozwiąż nierówność $|x^2 - x| - |x - 5| \leq 3$.

Zadanie 2. (2 pkt) CKE 2015

Liczby -1 i 3 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f . Oblicz $\frac{f(6)}{f(12)}$.

Zadanie 3. (5 pkt)

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \sqrt{x^4 - 6x^3 + 9x^2} - 3x$. Rozwiąż nierówność $f(x) > 0$.

Zadanie 4. (3 pkt)

Zbadaj liczbę pierwiastków równania $x^2 + 2x + |x^2 + 2x| = m$ w zależności od wartości parametru m .

Zadanie 5. (4 pkt)

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |(x - p)^2 + 2p|$ dla $p = -2$. Dla jakich wartości parametru p równanie $f(x) = 6$ ma dokładnie trzy rozwiązania?

Zadanie 6. (3 pkt) CKE

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej m prawdziwa jest nierówność:

$$20x^2 - 24mx + 18m^2 \geq 4x + 12m - 5$$

Zadanie 7. (5 pkt) CKE

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja f określona wzorem:

$$f(x) = (m^2 - 1)x^2 - 2(1 - m)x + 2$$

przyjmuje wartości dodatnie dla każdej liczby rzeczywistej.

Zadanie 8. (4 pkt)

Dana jest funkcja $f(x) = \sqrt{(m-2)x^2 + (m-2)x + 1}$. Dla jakich wartości parametru m jej dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych?

Zadanie 9. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m funkcja $f(x) = (3 - m)x^2 + mx - m$ przyjmuje wartości ujemne dla każdego $x \in \mathbb{R}$?

Zadanie 10. (5 pkt)

Dla jakich wartości parametru m suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania $x^2 + (m - 4)x - 4m = 0$ jest cztery razy większa od sumy tych pierwiastków?

Zadanie 11. (5 pkt)

Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + (m + 2)x + \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 5 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, których iloczyn i suma są liczbami przeciwnymi?

Zadanie 12. (3 pkt)

Zapisz wzór funkcji f , która każdej liczbie $n \in \mathbf{N}_+$ przyporządkowuje największą liczbę całkowitą x spełniającą nierówność $x^2 - 2nx - 8n^2 < 0$.

Zadanie 13. (3 pkt)

Wyznacz dziedzinę i naszkicuj wykres funkcji $f(n) = x_1 + x_2$, gdzie x_1, x_2 są różnymi pierwiastkami równania $nx^2 - (n+2)x + n + 2 = 0$.

Zadanie 14. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + (m-1)x + m - 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, z których jeden jest sinusem, a drugi – cosinusem tego samego kąta?

Zadanie 15. (5 pkt) CKE

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + mx + 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste takie, że suma ich kwadratów jest większa od $2m^2 - 13$.

Zadanie 16. (5 pkt) CKE 2015

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

Zadanie 17. (6 pkt)

Dla jakich wartości parametru m jedno z rozwiązań równania $\frac{16}{m^2}x^2 - 6mx + m^2 = 0$ jest sześcianiem drugiego rozwiązania? Znajdź te rozwiązania.

Zadanie 18. (5 pkt)

Wyznacz wartości parametru m , dla których zbiorem wartości funkcji:

$$f(x) = \frac{1}{4}mx^2 + (m-1)x - m^2 + m + 1$$

jest przedział $\langle 1; \infty \rangle$.

Zadanie 19. (6 pkt)

Dla jakich wartości parametru m trójmian kwadratowy $y = (m+1)x^2 + 2x - 4m + 1$ ma przynajmniej jeden pierwiastek dodatni?

Zadanie 20. (7 pkt)

Dla jakich wartości parametru m pierwiastkami równania $x^2 - 2mx - m^2 - 2m + 4 = 0$ są dwie różne liczby ujemne x_1 i x_2 spełniające warunek $|x_1 - x_2| = 4\sqrt{2}$?

Zadanie 21. (6 pkt) CKE

Dane jest równanie $(x+3)[x^2 + (p+4)x + (p+1)^2] = 0$ z niewiadomą x .

a) Rozwiąż to równanie dla $p = 1$.

b) Wyznacz wszystkie wartości parametru p , dla których równanie to ma tylko jedno rozwiązanie.

Zestaw C – odpowiedzi

1. 812 ($pq = 2,8125$)
2. 267 ($x_1 = 2 - \sqrt{3}$)
3. 325 ($k = 3,25$)
4. 322 ($x_2 = \frac{\sqrt{7}-2}{2}$)
5. 017 ($p = 17$)
6. 575
7. 316

Zestaw D – odpowiedzi

1. $x \in \langle -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2} \rangle$
2. $\frac{7}{39}$
3. $x \in (-\infty; 0) \cup (6; \infty)$
4. 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; 0)$,
2 rozwiązania dla $m \in (0; \infty)$,
nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 0$
5. $p = -3$
7. $m \in (-\infty; -3) \cup \langle 1; \infty \rangle$
8. $m \in \langle 2; 6 \rangle$
9. $m \in (4; \infty)$
10. $m = 0$
11. $m = 3$
12. $f(n) = 4n - 1, n \in \mathbf{N}_+$
13. $f(n) = \frac{n+2}{n}, D = (-2; 0) \cup (0; \frac{2}{3})$
14. $m = 2$
15. $m \in (-3; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; 3)$
16. $m = \frac{12+\sqrt{109}}{5}$
17. $m \in \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\},$
 $x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}, x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
lub $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{4}, x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
18. $m = 1$ lub $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
19. $m \in (-\infty; -1) \cup (\frac{1}{4}; \infty)$
20. $m = -3$
21. a) $x = -4, x = -3, x = -1$
b) $p \in (-\infty; -2) \cup \langle 2; \infty \rangle$