WPISUJE ZDAJĄCY

KOD ZDAJĄCEGO

symbol klasy | symbol zdającego

PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY
Z NOWĄ ERĄ

MATEMATYKA – POZIOM ROZSZERZONY

dysleksja

STYCZEŃ 2020

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera **20** stron (zadania **1–15**). Ewentualny brak stron zgłoś nauczycielowi nadzorującemu egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadań otwartych może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Podczas egzaminu możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
8. Na tej stronie wpisz swój kod.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla osoby sprawdzającej.

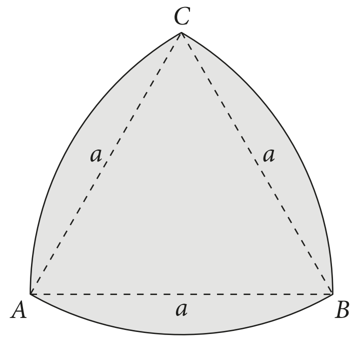
Powodzenia!

Czas pracy:
180 minut

Liczba punktów
do uzyskania: 50

W zadaniach 1.–4. wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)
Figura przedstawiona na rysunku to część wspólna trzech kół, których środkami są wierzchołki trójkąta równobocznego ABC o boku długości a. Promień każdego z tych kół jest równy a.



Pole tej figury jest równe

A. $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}a^2$. **B.** $\frac{\pi-\sqrt{3}}{3}a^2$. **C.** $\frac{\pi-\sqrt{3}}{4}a^2$. **D.** $\frac{\pi-\sqrt{3}}{6}a^2$.

Zadanie 2. (0–1)
Dane są wektory $\vec{a}=\left[2-3m, \frac{2}{3}n+1\right]$, $\vec{b}=\left[\frac{1}{2}n+1, m+2\right]$ i $\vec{c}=[12,15]$. Równość $3\vec{a}+2\vec{b}=\vec{c}$ jest prawdziwa dla

A. $m=4$ i $n=0$. **B.** $m=1$ i $n=3$. **C.** $m=2$ i $n=2$. **D.** $m=0$ i $n=4$.

Zadanie 3. (0–1)
Funkcja f jest określona wzorem $f(x)=2x^4-3x^3+4x-5$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Współczynnik kierunkowy stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie przecięcia wykresu z osią Oy jest równy

A. 2. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -5.

Zadanie 4. (0–1)
Cyfrą jedności liczby $2019^{2018}+2019^{2019}$ zapisanej w systemie dziesiętnym jest

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 9.

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**1**	**2**	**3**	**4**
	Maks. liczba pkt	**1**	**1**	**1**	**1**
	Uzyskana liczba pkt				

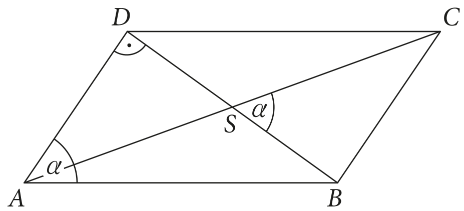
Zadanie 5. (0–2)
Dane są zdarzenia $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$, takie że $P(A) = \frac{2}{5}$ oraz $P(B - A) = \frac{4}{7}$. Oblicz $P(A \cup B)$.

W zamieszczone niżej kratki wpisz kolejno pierwszą, drugą i trzecią cyfrę po przecinku nieskończonego rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)
Rozwiąż równanie $|x - 2| = x(x - 2)$.

Zadanie 7. (0–3)

Przekątne AC i BD równoległoboku $ABCD$ przecinają się w punkcie S. Przekątna BD jest prostopadła do boków AD i BC, a $|\sphericalangle BAD| = |\sphericalangle BSC|$ (zob. rysunek).



Udowodnij, że $|AB| = |AD|\sqrt{3}$.

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	5	6	7
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 8. (0–3)

Udowodnij, że dla dowolnych dodatnich liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$3x^3 + 3y^3 > 2x^2y + 2xy^2.$$

Zadanie 9. (0–3)

Wszystkie wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geqslant 1$, są dodatnie oraz spełniony jest warunek $\frac{a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} + \cdots}{a_4 + a_8 + a_{12} + \cdots + a_{4n} + \cdots} = 10$. Wyznacz iloraz tego ciągu.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	8	9
	Maks. liczba pkt	3	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–5)

Czworokąt $ABCD$ jest opisany na okręgu oraz $|AB| = 12$, $|AD| = 10$, $|\sphericalangle BAD| = 60^\circ$ i $|\sphericalangle BCD| = 120^\circ$. Oblicz długości boków BC i CD tego czworokąta.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	10
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (0–5)
Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2+(m-1)x+1-m^2=0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1, x_2 spełniające warunek $2{x_1}^2+{x_2}^3={x_1}^3+2{x_2}^2$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	11
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 12. (0–5)

Rozwiąż równanie $\frac{5\cos^2 x + \sin x - 1}{1 - \sin^3 x} = 2$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**12**
	Maks. liczba pkt	**5**
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

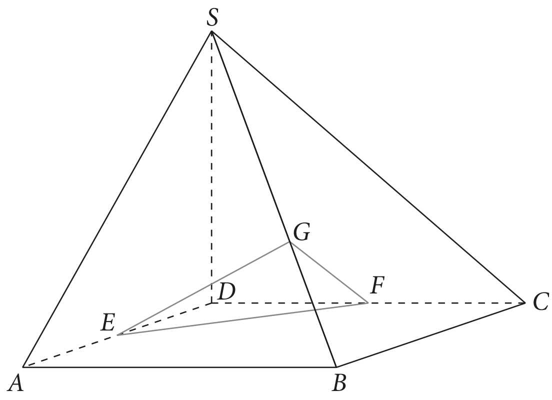
Ze zbioru wszystkich liczb sześciocyfrowych większych niż 222000, w których zapisie dziesiętnym mogą wystąpić tylko cyfry ze zbioru $\{1, 2, 3\}$, losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A, polegającego na wylosowaniu liczby, w której zapisie każde dwie sąsiednie cyfry będą różniły się o 1.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**13**
	Maks. liczba pkt	**5**
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–5)

W ostrosłupie $ABCDS$ podstawą jest kwadrat $ABCD$. Krawędź boczna DS jest wysokością tego ostrosłupa, a jej długość jest równa długości krawędzi podstawy. Punkty E i F są – odpowiednio – środkami krawędzi AD i CD. Płaszczyzna przechodząca przez punkty E i F jest prostopadła do krawędzi bocznej BS i przecina tę krawędź w punkcie G (zob. rysunek). Oblicz miarę kąta EGF.



Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	Nr zadania	14
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Punkt $P = (x, x^2 + 2)$ leży wewnątrz kąta wypukłego ABC, gdzie $A = (0, 6)$, $B = (2, 0)$ i $C = (4, 12)$. Niech f oznacza sumę kwadratów odległości punktu P od każdego z trzech punktów: A, B i C.

a) Wykaż, że f – jako funkcja zmiennej x, czyli pierwszej współrzędnej punktu P – jest określona wzorem $f(x) = 3x^4 - 21x^2 - 12x + 140$.

b) Wyznacz dziedzinę funkcji f.

c) Wyznacz współrzędne takiego punktu P, dla którego funkcja f osiąga wartość najmniejszą.

Odpowiedź: ....

Wypełnia sprawdzający	**Nr zadania**	**15**
	Maks. liczba pkt	**7**
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)