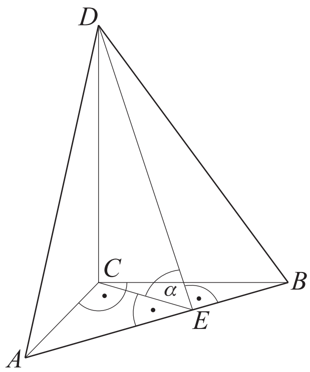
PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI
ODPOWIEDZI DO ARKUSZA PODSTAWOWEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
D	A	C	B	C	C	D	A	C	D	C
12	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	
A	C	B	A	C	A	D	C	D	B	

ZADANIA OTWARTE

Numer zadania	Etapy rozwiązania	Liczba punktów
22	Stwierdzenie, że $x_w = 2 \in \langle 0, 5 \rangle$ i obliczenie wartości y_w: $y_w = f(2) = 11$.	1
	Obliczenie wartości funkcji f dla argumentów 0 oraz 5: $f(0) = 3$, $f(5) = -7$ oraz podanie najmniejszej wartości: -7 i największej wartości: 11.	1
23	Wyznaczenie wszystkich liczb naturalnych x, dla których liczba $x + 1$ jest dzielnikiem liczby 8: $x \in \{0, 1, 3, 7\}$.	1
	Obliczenie wartości funkcji f dla wyznaczonych argumentów, odrzucenie wartości $f(7) = -1$ i podanie odpowiedzi: $(0, 6)$, $(1, 2)$, $(3, 0)$.	1
24	Wyznaczenie wartości współczynnika kierunkowego prostej: $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$.	1
	Stwierdzenie, że $\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ i podanie miary kąta α: $\alpha = 30°$.	1
25	Przedstawienie iloczynu $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5$ w postaci: $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5 = 2^{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}$.	1
	Obliczenie sumy $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 5 \cdot a_3 = 20$ i wyznaczenie wartości szukanego iloczynu: $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \cdot b_4 \cdot b_5 = 2^{20} = 1\,048\,576$.	1
26	<u>Przykładowe rozwiązanie</u> Przekształcamy różnicę: $\frac{5x^2 + y^2}{4} - xy = \frac{5x^2 + y^2 - 4xy}{4} = \frac{x^2 + 4x^2 - 4xy + y^2}{4} = \frac{x^2 + (2x - y)^2}{4}$ Ponieważ suma kwadratów w liczniku wyrażenia jest nieujemna dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y oraz mianownik jest dodatni, więc $\frac{5x^2 + y^2}{4} - xy \geq 0$; stąd $\frac{5x^2 + y^2}{4} \geq xy$, co kończy dowód.	2
27	<u>Przykładowe rozwiązanie</u> Pole P każdego z trójkątów o podanych własnościach można zapisać następująco: $P = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10 \cdot \sin\alpha$, gdzie $\alpha \in (0°, 180°)$. Pole trójkąta jest największe, jeśli $\sin\alpha$ ma największą wartość, równą 1. Wówczas $\alpha = 90°$. Zatem trójkąt o największym polu jest prostokątny. Niech c oznacza długość trzeciego boku. Z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy $c^2 = 5^2 + 10^2$, skąd $c = 5\sqrt{5}$, co kończy dowód.	2

28	<u>I sposób</u> Poprowadzenie wysokości CE trapezu, zauważenie, że $\|AE\| = 16$, $\|EB\| = 9$, i obliczenie $\|CE\|$: $\|CE\| = 12$.	2
	Obliczenie długości przekątnej AC: $\|AC\| = 20$.	1
	Wyznaczenie pola P trapezu: $P = 246$.	1
	<u>II sposób</u> Zauważenie, że $\|\sphericalangle ACD\| = \|\sphericalangle CAB\|$, ustalenie zależności $\frac{\|DC\|}{\|AC\|} = \frac{\|AC\|}{\|AB\|}$ – na podstawie podobieństwa trójkątów ACD i BCA lub w oparciu o cosinus kątów ACD i CAB, wyznaczenie długości przekątnej AC: $\|AC\| = 20$.	2
	Obliczenie wysokości h trapezu: $h = 12$.	1
	Wyznaczenie pola P trapezu: $P = 246$.	1
29	Określenie przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω i podanie $\|\Omega\|$: $\|\Omega\| = 7 \cdot 6 = 42$.	1
	Wyznaczenie $P(A)$ jako $P(A) = 1 - P(A')$ i obliczenie $P(A) = 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$ albo obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A: $\|A\| = 36$.	2
	Obliczenie $\|B\| = 10$ i wyznaczenie $P(B)$: $P(B) = \frac{5}{21}$.	1
30	Zaznaczenie kąta α na rysunku ostrosłupa (łącznie z oznaczeniem kątów prostych przy odpowiednich wysokościach ścian tworzących ten kąt dwuścienny). 	1
	Obliczenie wysokości CE trójkąta ABC: $\|CE\| = 24$ cm.	1
	Wyznaczenie wysokości H ostrosłupa: $H = 24\sqrt{3}$ cm.	1
	Obliczenie objętości V ostrosłupa $ABCD$: $4800\sqrt{3}$ cm^3.	1
31	Obliczenie współrzędnych punktu S będącego środkiem boku AB: $S(2, 2)$.	1
	Wyznaczenie równania prostej PS: $y = -2x + 6$.	2
	Obliczenie współrzędnych punktu P: $P(0, 6)$.	1
	Obliczenie długości odcinka PC: $\|PC\| = 5$.	1