



**PRÓBNY
EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

**PRZED MATURĄ
MAJ 2018**

POZIOM ROZSZERZONY

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 14 stron (zadania 1–15).
2. Rozwiązania zadań wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

**Czas pracy:
180 minut**

**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

W każdym z zadań 1 – 4 wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0-1)

Liczba $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} \cdot (5 + 2\sqrt{6})$ jest równa

- A. 1. B. -1. C. $5 + 2\sqrt{6}$. D. $-5 - 2\sqrt{6}$

Zadanie 2. (0-1)

Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{1}{n} + \frac{n}{n+1} + \frac{n+2}{2n+1}$ dla $n \geq 1$.

Wtedy

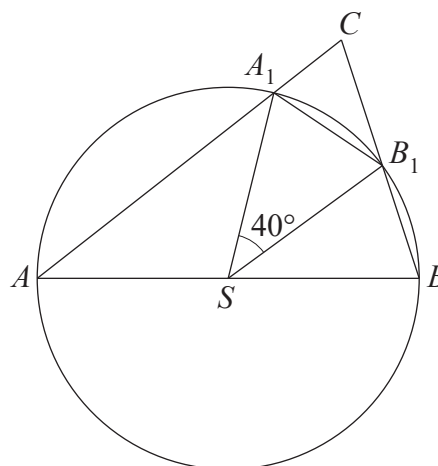
- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{2}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$

Zadanie 3. (0-1)

Bok AB trójkąta ostrokątnego jest średnicą okręgu o środku w punkcie S . Okrąg ten przecina boki AC i BC w punktach odpowiednio A_1 i B_1 (zobacz rysunek).

Jeżeli $|\sphericalangle A_1SB_1| = 40^\circ$, to miara kąta ACB wynosi

- A. 65° . B. 70° .
C. 75° . D. 80° .



Zadanie 4. (0-1)

Dane są punkty $A = (-4, 1)$, $B = (5, 4)$, $C = (-1, -1)$, $D = (2, 0)$ oraz wektor $\vec{u} = [18, 6]$. Która z równości jest fałszywa?

- A. $\vec{AB} = 3\vec{CD}$. B. $\vec{BA} = -\frac{1}{2}\vec{u}$. C. $\vec{DC} = -\frac{1}{3}\vec{AB}$. D. $\vec{u} = 9\vec{CD}$.

BRUDNOPIS



W zadaniu 5 zakoduj we wskazanym miejscu wynik zgodnie z poleceniem.

Zadanie 5. (0-2)

Dane są wielomiany:

$$W(x) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1,$$

$$P(x) = (x^2 - 3x + 2) \cdot (x^3 + ax^2 + bx + c) + dx + f.$$

Wiemy, że $W(x) = P(x)$. Oblicz $d - f$.

Otrzymany wynik zakoduj:

Cyfra		
setek	dziesiątek	jedności

Zadanie 6. (0-3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = x + \frac{1}{x}$ dla $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. Styczne do wykresu tej funkcji są równoległe do prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 1$. Wyznacz współrzędne wszystkich punktów styczności.



Zadanie 7. (0-3)

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$2x^2 + y^2 + 2xy - 2x + 2y + 5 \geq 0.$$



Zadanie 8. (0-3)

W trójkącie ABC : $|CA| = b$, $|BA| = c$, $|BC| = a$ i $a^2 + b^2 = 5c^2$.
Udowodnij, że środkowe AD i BE są prostopadłe.



Zadanie 9. (0-4)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym tangens miary kąta dwuściennego między sąsiednimi ścianami bocznymi wynosi $-\sqrt{3}$. Wyznacz miarę kąta dwuściennego tego ostrosłupa między ścianą boczną a podstawą.



Zadanie 10. (0-4)

Rozwiąż równanie $\sin^4 x - \cos^4 x = -\frac{1}{2}$ w przedziale $\langle -2\pi, 2\pi \rangle$.



Zadanie 12. (0-5)

Wyznacz wszystkie wartości parametrów $p, q \in \mathbf{R}$ dla których równanie $x^2 + px + q = 0$ ma dwa różne rozwiązania x_1, x_2 oraz równanie $x^2 - p^2x + pq = 0$ ma też dwa rozwiązania $x_1 + 1, x_2 + 1$.



Zadanie 13. (0-5)

Wyznacz równania okręgów stycznych do prostych o równaniach $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$ i $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ przechodzących przez punkt $A = (3, 2)$.



Zadanie 14. (0-5)

Suma wyrazów nieskończonego szeregu geometrycznego wynosi 39, natomiast suma sześćdziesięciu wyrazów tego szeregu jest równa 18252. Wyznacz pierwszy wyraz oraz iloraz tego szeregu.



