

- 417.** Cięciwa dzieli obwód okręgu w stosunku 3 : 5. W jakim stosunku dzieli ona pole koła?
- 418.** W półkołu poprowadzono z końca średnicy cięciwę pod kątem α do średnicy. Znajdź stosunek pól figur na jakie zostało podzielone półkoło.
- 419.*** Drucianą ramkę prostokątną zgięto w ten sposób, że przybrała ona kształt wycinka koła o polu takim samym, jakie miał poprzednio prostokąt. Wykaż, że promień wycinka jest równy jednemu z boków prostokąta.

4.6 POLA FIGUR PODOBNYCH

DEFINICJE I TWIERDZENIA

WIELOKĄTY PODOBNE

Dwa wielokąty o tej samej liczbie boków nazywamy wielokątami podobnymi, jeżeli odpowiednie kąty wielokątów są równe, a boki jednego z nich są proporcjonalne do odpowiednich boków drugiego wielokąta.

STOSUNEK PÓL FIGUR PODOBNYCH

Stosunek pól dwóch figur podobnych w skali k jest równy k^2 .

ZADANIA

420. Stosunek pól dwóch wielokątów podobnych wynosi 196 : 289. Znajdź stosunek obwodów tych wielokątów.
- 421.* Suma pól trzech trójkątów podobnych wynosi 415, a ich obwody mają się do siebie jak 3 : 5 : 7. Oblicz pola tych trójkątów.
- 422.* Długości odpowiadających sobie przekątnych dwu wielokątów podobnych mają się jak 3 : 4, a pola tych wielokątów różnią się o 28 cm². Oblicz pola tych wielokątów.
423. Podstawy trapezu mają długości 2 (a) i 3 (b) ($a < b$). Pole trójkąta ograniczonego krótszą podstawą i przedłużeniami ramion jest równe 12 (S). Oblicz pole trapezu.
424. Prosta l jest równoległa do boku BC trójkąta ABC i przecina boki AB i AC odpowiednio w punktach B' i C' . Jak wybrać położenie punktu B' , aby pole trójkąta $AB'C'$ było 9 razy mniejsze od pola trójkąta ABC ?
- 425.* Trójkąt równoramienny podzielono prostą równoległą do podstawy na dwie części o równych polach. W jakim stosunku zostały podzielone ramiona trójkąta?

- 426.** Trójkąt równoramienny podzielono dwiema prostymi równoległymi do podstawy na trzy części o równych polach. W jakim stosunku zostały podzielone ramiona trójkąta?
- 427.* Trójkąt o polu 7 (P) jest podobny do trójkąta o polu 63 (Q), a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt ma długość 1 (r). Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w drugi z trójkątów.
- 428.** W trójkącie ABC bok AB jest trzy razy dłuższy od boku BC . Punkt K należy do boku AB , a odcinek CK tworzy z bokiem BC kąt równy kątowi BAC . Ile razy pole trójkąta AKC jest większe od pola trójkąta KBC ?
- 429.** Środki boków wielokąta foremnego o n bokach połączono kolejno odcinkami, tworzącymi nowy wielokąt foremny. Znajdź stosunek pól tych wielokątów.
- 430.** Dany jest czworokąt o polu S . Oblicz pole czworokąta, którego wierzchołkami są środki kolejnych boków danego czworokąta.
- 431.** Przekątna AC trapezu $ABCD$ ($AB \parallel CD$) dzieli ten trapez na dwa trójkąty, z których jeden ma pole cztery razy większe od drugiego. Oblicz stosunek długości ramion trapezu wiedząc, że $|\angle ABC| = |\angle CAD|$.
- 432.*** Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych a , b i przeciwprostokątnej c . Wykaż, że suma pól n -kąta foremnego o boku a i n -kąta foremnego o boku b jest równa polu n -kąta foremnego o boku c dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 3$.
- 433.*** Wysokość opuszczona na przeciwprostokątną dzieli trójkąt prostokątny T na dwa trójkąty. Wykaż, że suma pól kół wpisanych w otrzymane trójkąty jest równa polu koła wpisanego w trójkąt T .
- 434.*** Proste zawierające boki AD i BC , czworokąta $ABCD$ wpisanego w okrąg, przecinają się w punkcie M . Wyznacz pole czworokąta $ABCD$ wiedząc, że bok AB jest trzy razy dłuższy od boku CD , a pole trójkąta DCM jest równe S .
- 435.*** W trapezie równoramiennym o polu 16 stosunek długości podstaw wynosi 1 : 3. Oblicz pola czterech trójkątów, na jakie dzielą trapez jego przekątne.
- 436.*** Pola trójkątów, których bokami są podstawy trapezu, a wspólnym wierzchołkiem punkt przecięcia przekątnych trapezu, są równe S_1 i S_2 . Wyznacz pole trapezu.
- 437.* W równoległoboku $ABCD$ mamy $|AB| = 6$ i $|BC| = 9$. Prosta EF równoległa do boku AB odcina równoległobok $ABEF$ podobny do równoległoboku $ABCD$. Znajdź stosunek pól równoległoboków $ABEF$ i $CDEF$.
- 438.*** Długości podstaw trapezu są równe 12 (a) i 3 (b). Prosta k jest równoległa do podstaw i dzieli ten trapez na dwa trapezy podobne. Wyznacz stosunek pól otrzymanych trapezów.

416. $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2} r^2$.
417. $\frac{3\pi - 2\sqrt{2}}{5\pi + 2\sqrt{2}}$.
418. $\frac{\pi - 2\alpha - \sin 2\alpha}{2\alpha + \sin 2\alpha}$.
420. 14 : 17.
421. 45, 125, 245.
422. 64 cm^2 , 36 cm^2 .
423. $15 \left(\frac{S(b^2 - a^2)}{a^2} \right)$.
424. Punkt B' powinien dzielić bok AB na odcinki, których stosunek jest równy 1 : 2.
425. $1 : (\sqrt{2} - 1)$.
426. $1 : (\sqrt{2} - 1) : (\sqrt{3} - \sqrt{2})$.
427. $3 \left(r\sqrt{\frac{Q}{P}} \right)$.
428. Osiem razy.
429. $\frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{360^\circ}{n} \right) \left[= \cos^2 \frac{180^\circ}{n} \right]$.
430. $\frac{1}{2} S$.
431. 2 : 1.
434. $8S$.
435. 1, 9, 3, 3.
436. $\left(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2} \right)^2$.
437. 4 : 9.
438. 1 : 4 ($b : a$).
439. 3.
440. $\frac{a \sin \beta}{\sin \alpha}$ i $\frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$.
441. $\sqrt{10}$.
442. $\sqrt{2}$.
443. $\frac{c \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$, $\frac{c \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$.