

MATEMATYKA

Przed próbnią maturą

Sprawdzian 1.

(poziom rozszerzony)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **34**

Imię i nazwisko

Liczba punktów

Procent

ZADANIA ZAMKNIĘTE**Zadanie 1.** (0–1)

Równanie $|-x^2 + 6x + 2| = k$ ma trzy rozwiązania. Wynika stąd, że k jest równe:

- A. 3; B. $2\sqrt{11}$; C. 11; D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Zadanie 2. (0–1)

Rozwiązaniem równania $x \log_5 9 + 2x = \frac{\log_3 15}{\log_3 5}$ jest liczba:

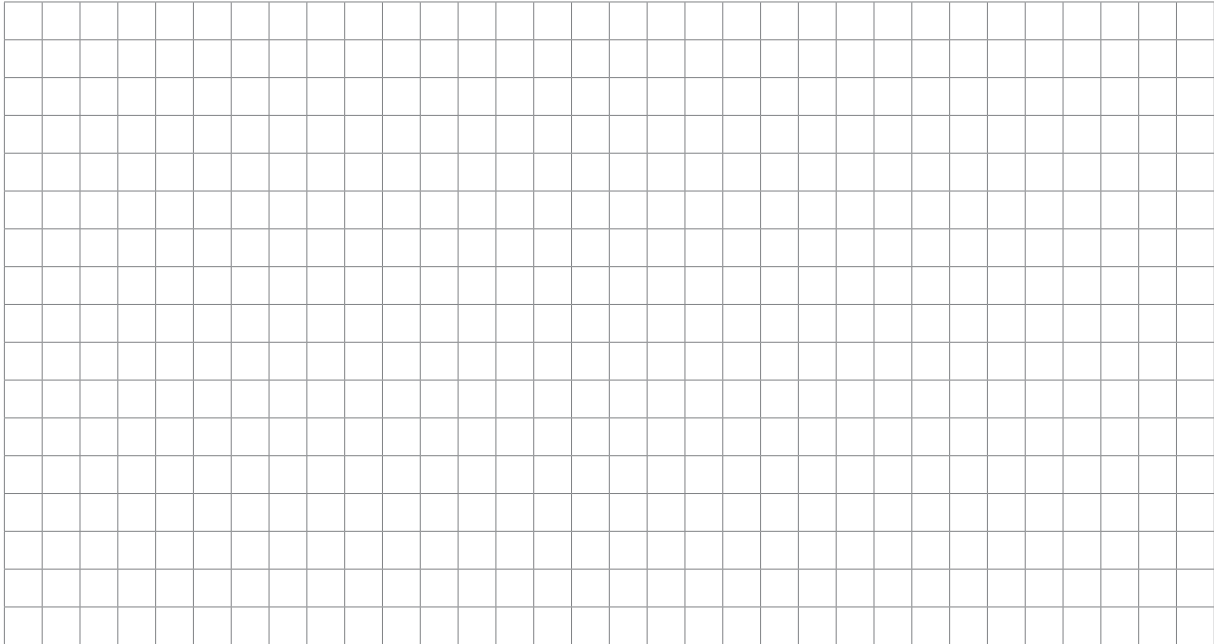
- A. $\frac{1}{2}$; B. $\log_3 5$; C. 1; D. $\log_5 3$.



ZADANIA Z KODOWANĄ ODPOWIEDZIĄ**Zadanie 3.** (0–2)

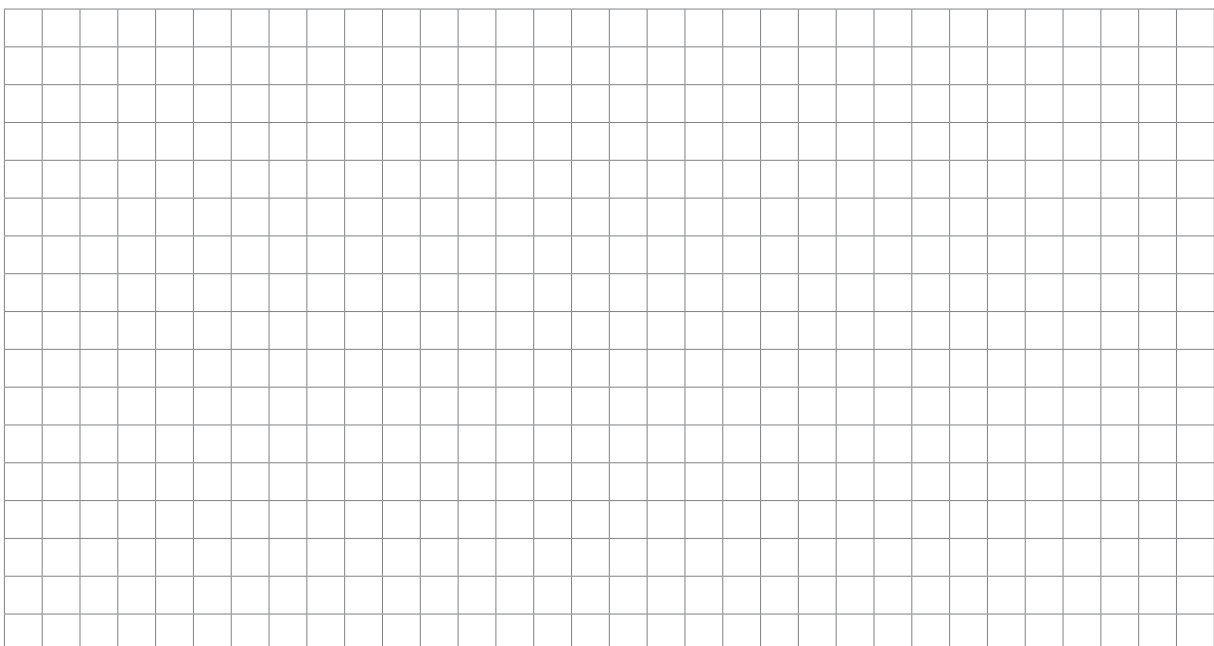
Oblicz granicę ciągu $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 5n + 3} + 2(n+1)}{7n + \pi}$. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku.

--	--	--

**Zadanie 4.** (0–2)

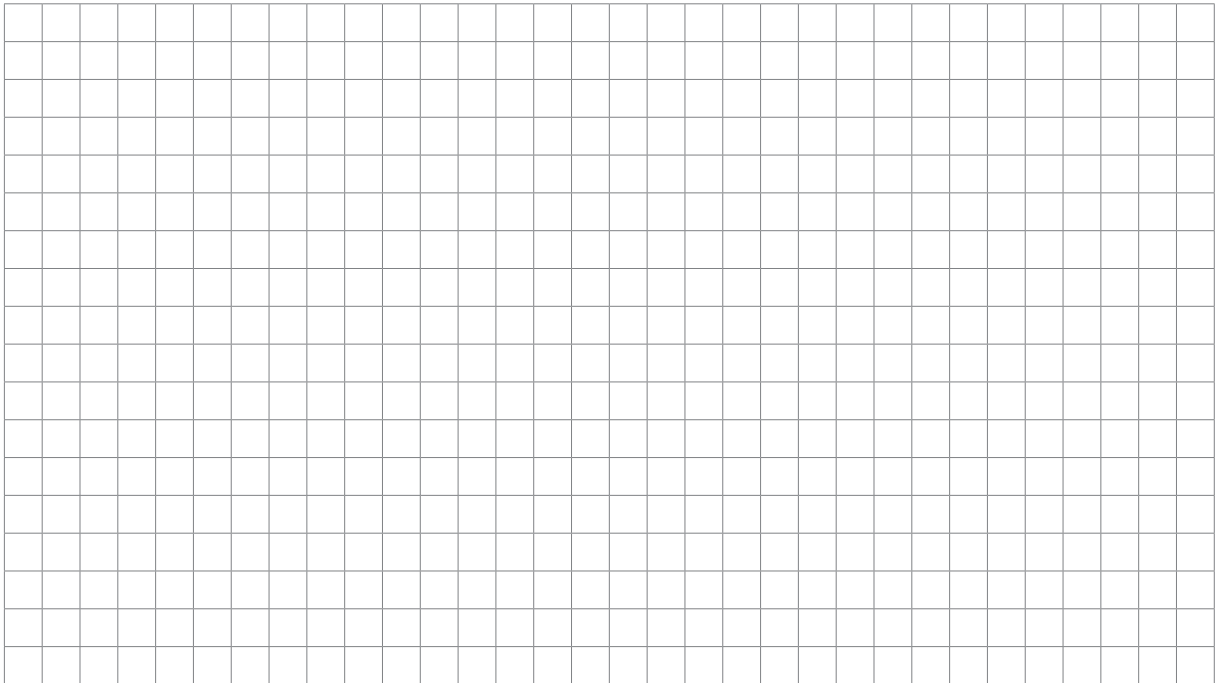
Rozwiąż równanie $\sin x + \cos x - 1 = 0$, gdzie $x \in (0, 2\pi)$. Zakoduj trzy pierwsze cyfry rozwiązania.

--	--	--

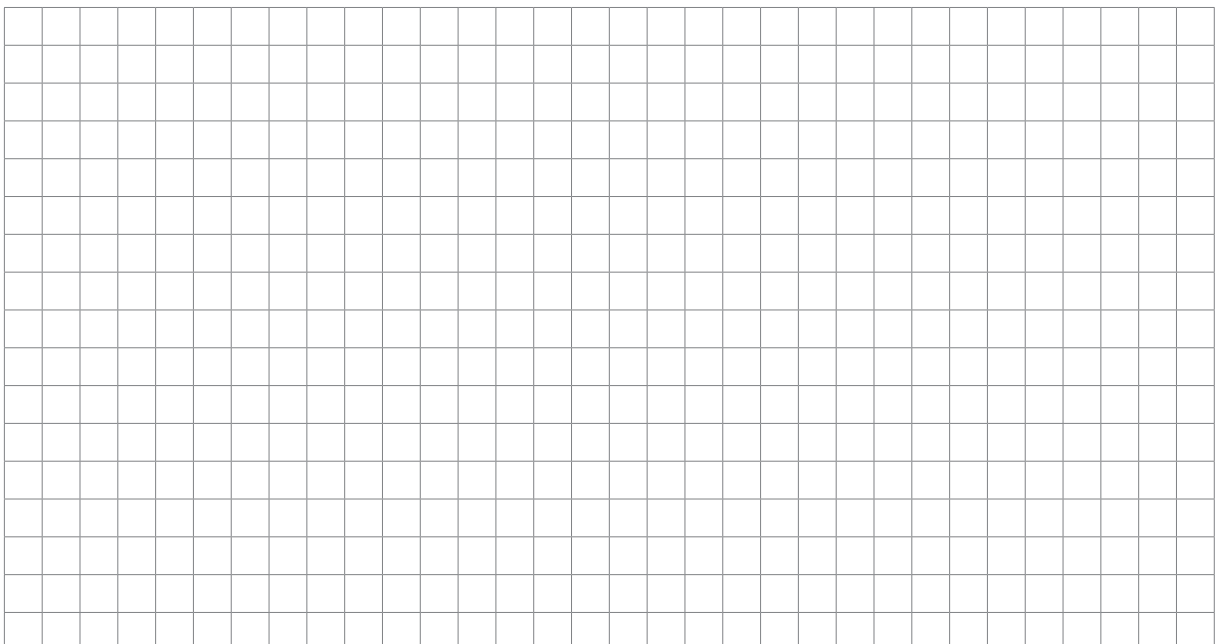


ZADANIA OTWARTE**Zadanie 5.** (0–3)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 + 2x + 4$. Do wykresu funkcji poprowadzono styczne w punktach $A = (0, 4)$ i $B = (-3, 7)$ przecinające się w punkcie C . Oblicz pole trójkąta ABC .

**Zadanie 6.** (0–3)

Dane są okręgi o promieniach R i r styczne zewnętrznie. Do tych okręgów poprowadzono wspólną styczną. Wykaż, że pole czworokąta wyznaczonego przez środki tych okręgów i punkty styczności okręgów ze styczną jest równe $(R + r)\sqrt{R \cdot r}$.



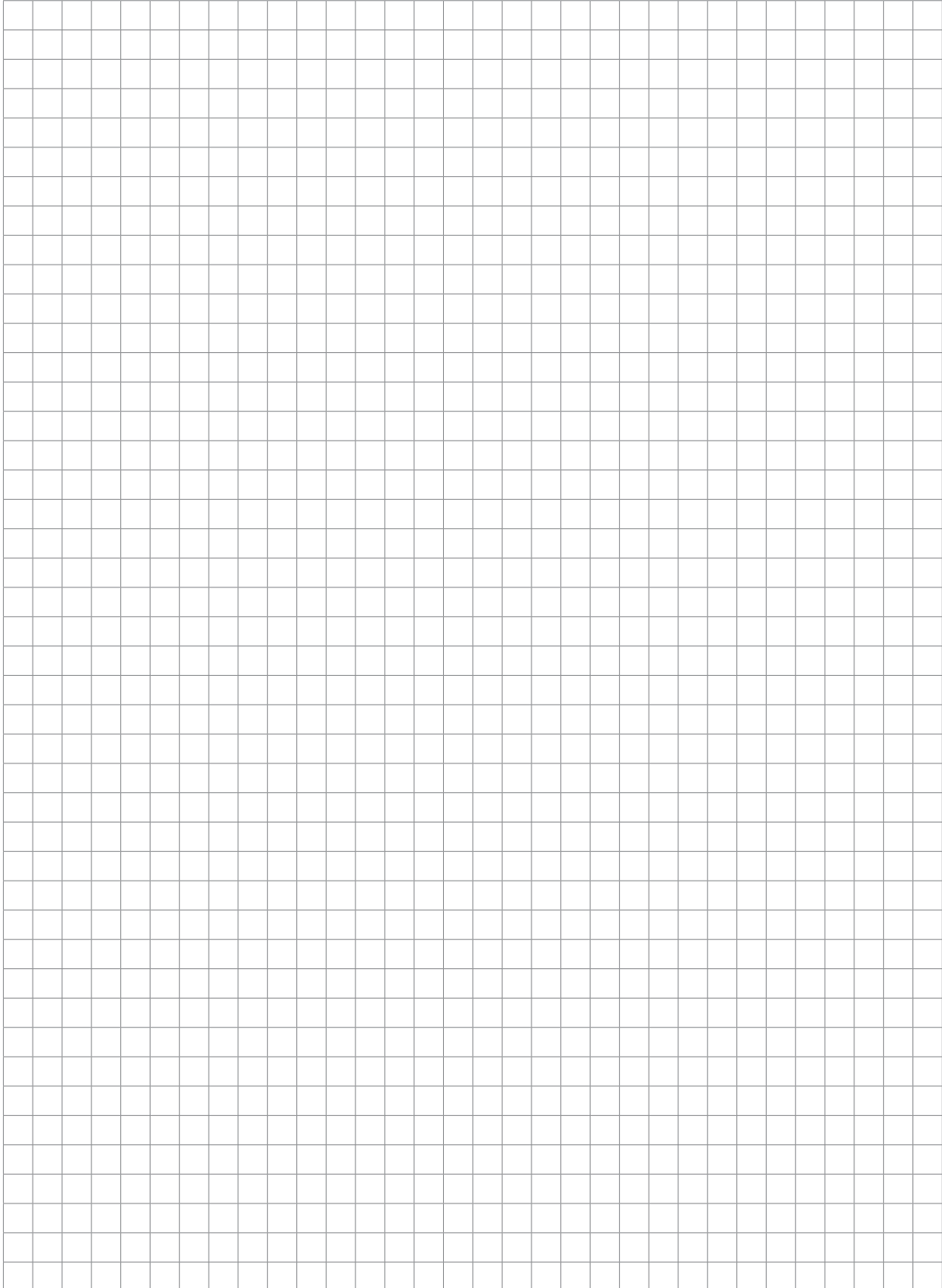
Zadanie 7. (0–5)

Wyznacz liczbę k tak, aby suma odwrotności różnych pierwiastków równania $kx^2 + 2kx + k = x^2 + 2$ była nie mniejsza niż 1.



Zadanie 8. (0–5)

Na paraboli $f(x) = -x^2 + 9$ obrano punkt A o dodatnich współrzędnych. Punkt B jest obrazem punktu A w symetrii względem osi OY , zaś punkty C i D rzutami punktów A i B na oś OX . Wyznacz współrzędne punktu A tak, aby pole prostokąta $ABCD$ było największe.



Zadanie 9. (0–5)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Na boku AB obrano punkt D dzielący bok AB w stosunku $3 : 2$. Wyznacz sinus kąta ACD .



Zadanie 10. (0–7)

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 3 i 4 wpisano nieskończenie wiele kwadratów K_1, K_2, K_3, \dots (zobacz na rysunku). Oblicz sumę pól wszystkich kwadratów.

