

MATEMATYKA

Przed próbnią maturą w roku 2019

Sprawdzian 1.

(poziom rozszerzony)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **38**

Imię i nazwisko

.....

Liczba punktów

Procent

ZADANIA ZAMKNIĘTE**Zadanie 1.** (0-1)

Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{(x^2 - 3)^2 - 4}{x^3 + 1} \geq 0$ jest:

A. $(-\infty; -\sqrt{5}) \cup \langle 1; \sqrt{5} \rangle$

B. $\langle -\sqrt{5}; 1 \rangle \cup \langle \sqrt{5}; \infty \rangle$

C. $(-1; 1) \cup \langle \sqrt{5}; \infty \rangle$

D. $\langle -\sqrt{5}; -1 \rangle \cup (-1; 1) \cup \langle \sqrt{5}; \infty \rangle$

Zadanie 2. (0-1)

Miary kątów trójkąta prostokątnego tworzą ciąg arytmetyczny. Obwód tego trójkąta jest równy $12(3 + \sqrt{3})$, zatem pole trójkąta jest równe:

A. $50\sqrt{3}$

B. $100\sqrt{3}$

C. 72

D. $72\sqrt{3}$

Zadanie 3. (0-1)

Granica ciągu (a_n) , gdzie $a_n = \frac{1}{4}n^3 - 2 - \frac{n^4 - 12n + 5}{4n}$, $n \in \mathbb{N}$, jest równa:

A. ∞

B. $-\infty$

C. -1

D. 1

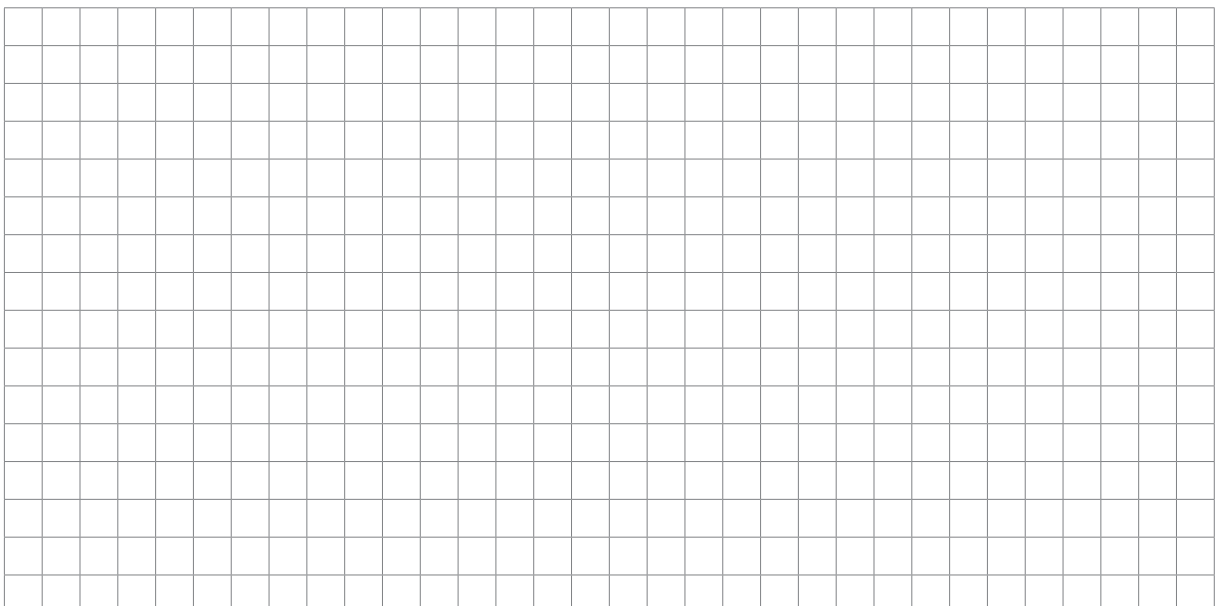
Zadanie 4. (0-1)

Funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x}$; $x \in \mathbb{R} - \{0\}$:

A. jest malejąca w $\mathbb{R} - \{0\}$ B. jest rosnąca w $\mathbb{R} - \{0\}$

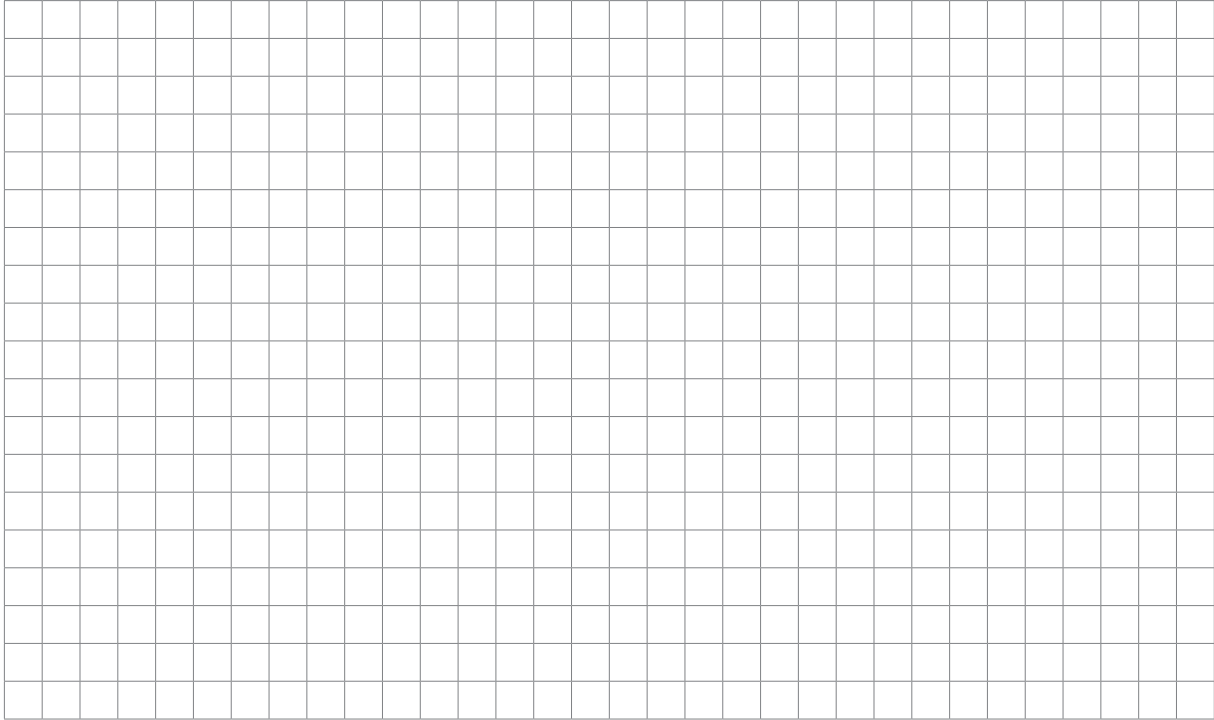
C. posiada 2 ekstrema lokalne

D. nie posiada ekstremów lokalnych

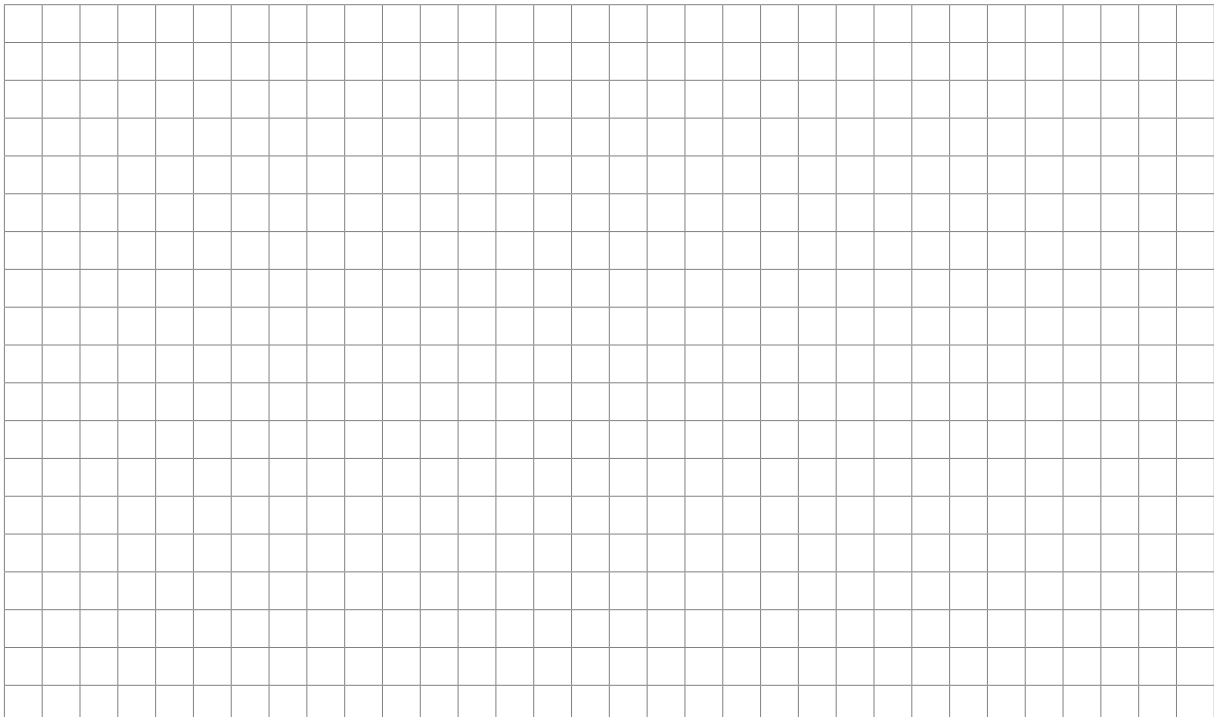


ZADANIA OTWARTE**Zadanie 7.** (0-3)

Oblicz pole czworokąta $ABCD$, w którym $|AB| = 10\sqrt{2}$ cm, $|BC| = 8$ cm, $|AD| = 6$ cm oraz $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle BAD| = 45^\circ$.

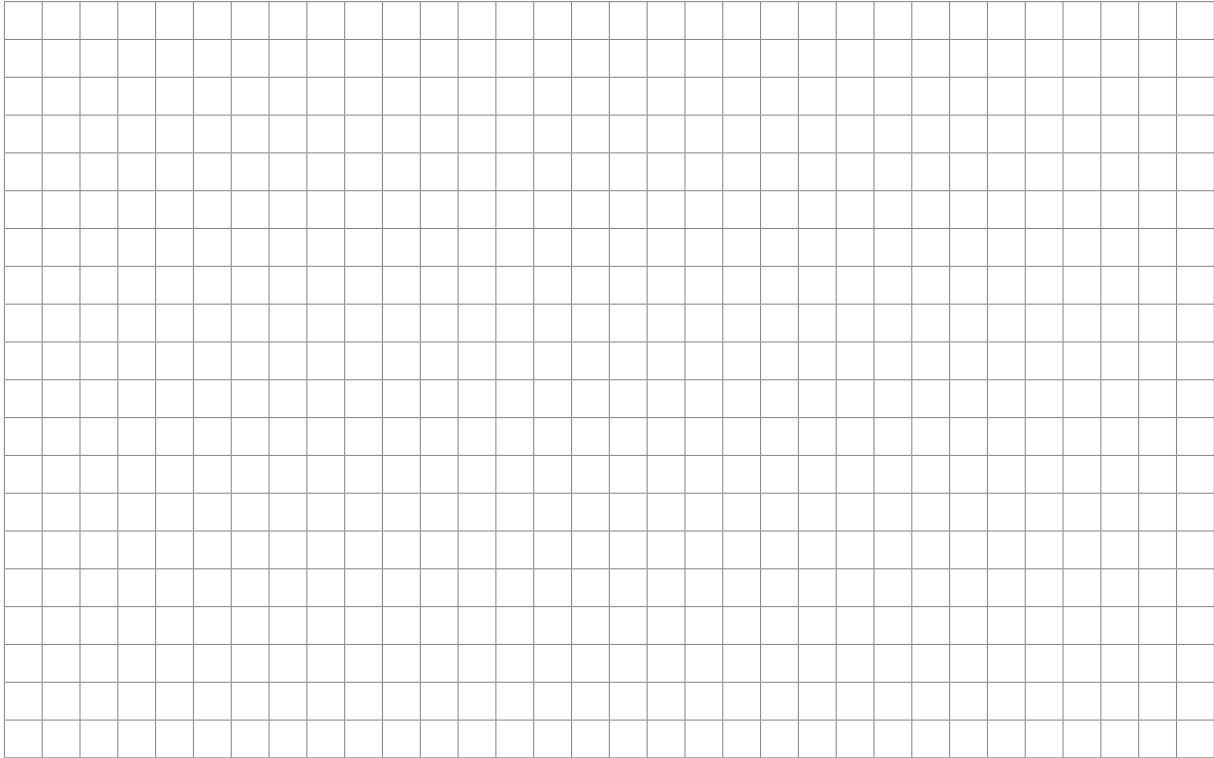
**Zadanie 8.** (0-3)

Wykaż, że liczba $(n + 2)^4 - n^4$ jest podzielna przez 16, jeśli n jest liczbą naturalną.

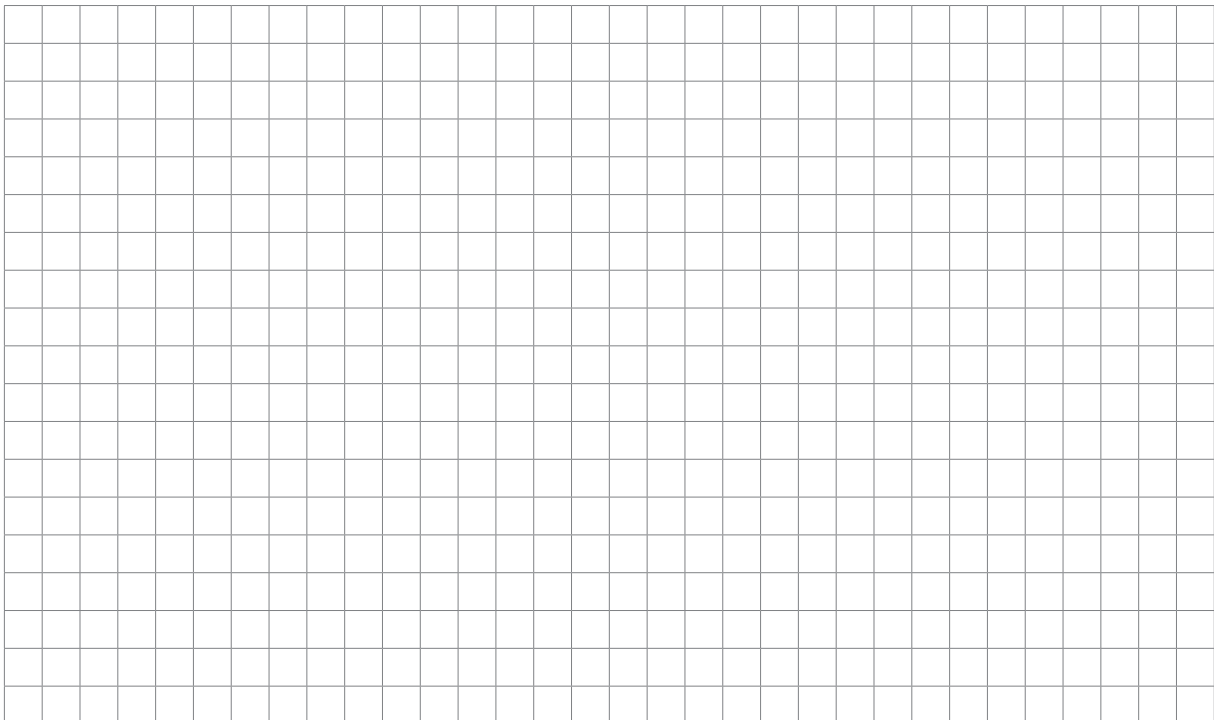


Zadanie 9. (0-3)

Wykaż, że styczne do wykresu funkcji $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 3}$ poprowadzone w punktach, których rzędna jest równa 1, są prostopadłe.

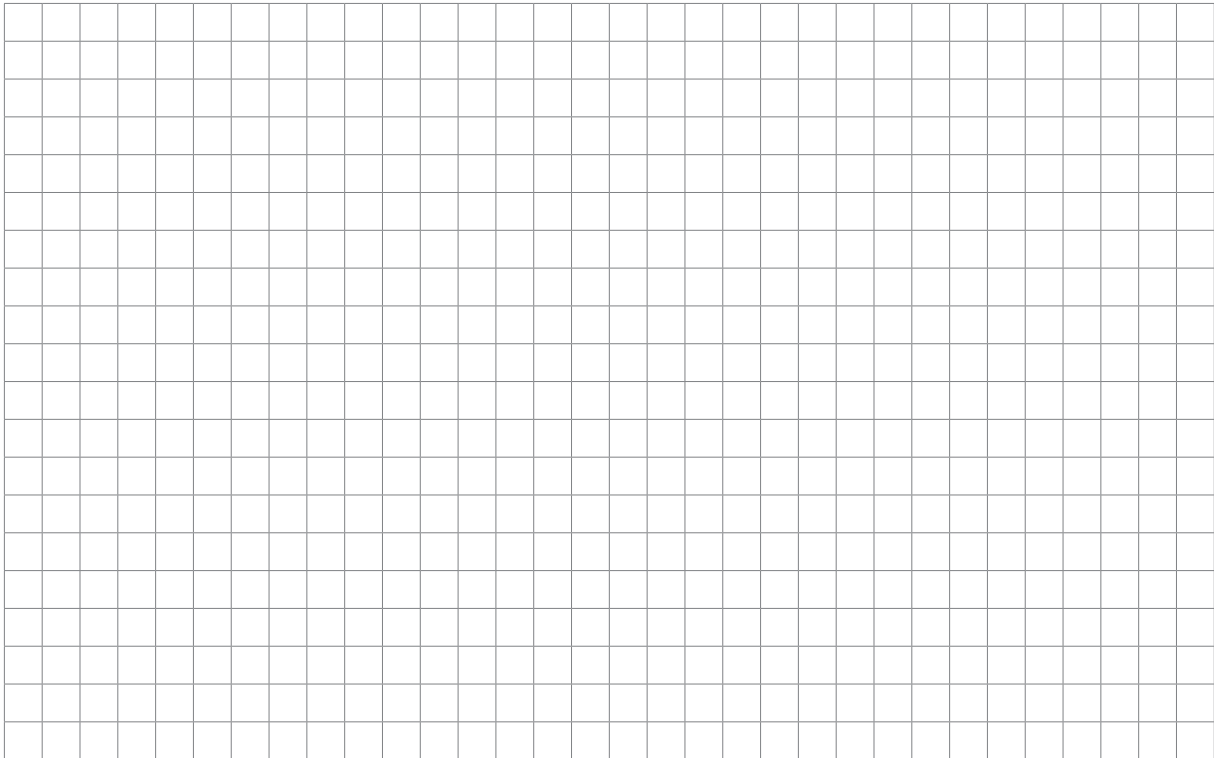
**Zadanie 10.** (0-3)

Oblicz wartość wyrażenia $a + b$, jeśli: $a = \log_3 7 \cdot \log_7 5 \cdot \log_5 4 - \log_3 12$; $b = \sin 15^\circ$.



Zadanie 11. (0-4)

Rozwiąż równanie $\sin(10x) = \frac{1}{\operatorname{tg}(5x)}$ w przedziale $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

**Zadanie 12.** (0-4)

Wykaż, że suma odległości dowolnego punktu wewnętrznego trójkąta od prostych zawierających jego boki jest większa od długości średnicy okręgu wpisanego w ten trójkąt.



Zadanie 13. (0-5)

W trójkącie prostokątnym ABC o kącie prostym przy wierzchołku C . Długość wysokości CD , długość środkowej CE i długość przeciwprostokątnej AB tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny o iloczynie wyrazów równym 64. Oblicz stosunek pola koła wpisanego w trójkąt CDE do pola koła opisanego na trójkącie ABC .



Zadanie 14. (0-5)

Dla jakich wartości parametru m równanie $(m - 2)x^2 - (m + 1)x - m = 0$ dwa różne pierwiastki spełniające warunek $|x_1 - x_2| < 2$?

