

MATEMATYKA

Przed próbnią maturą w roku 2019

Sprawdzian 2.

(poziom rozszerzony)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **38**

Imię i nazwisko

.....

Liczba punktów

Procent

ZADANIA ZAMKNIĘTE**Zadanie 1. (0-1)**

Iloczyn pierwiastków równania $|x^2 - 25| - |2x - 10| = 0$ jest równy

- A. 25 B. 35 C. 105 D. -105

Zadanie 2. (0-1)

Najmniejsza wartość funkcji $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ w przedziale $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$ jest równa

- A. 8 B. 9 C. 10 D. $10\frac{2}{3}$

Zadanie 3. (0-1)

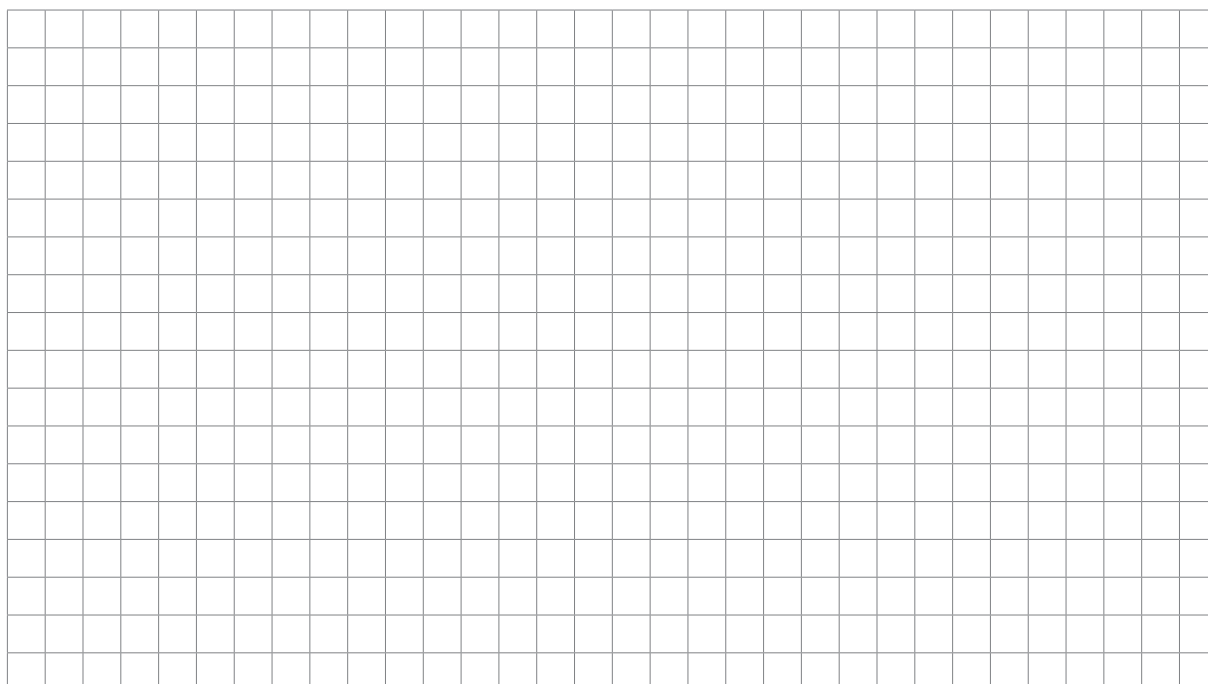
Pole trójkąta ABC w którym $|BC| = a$, $|AC| = b$, jest równe $\frac{\sqrt{3}}{4}ab$, zatem bok AB może mieć długość

- A. $\sqrt{a^2 + b^2}$ B. $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab}$ C. $\sqrt{a^2 + b^2 + 4ab}$ D. $\sqrt{a^2 + b^2 + ab}$

Zadanie 4. (0-1)

Okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ po przekształceniu przez symetrię środkową względem punktu $A = (5,1)$ określa się równaniem

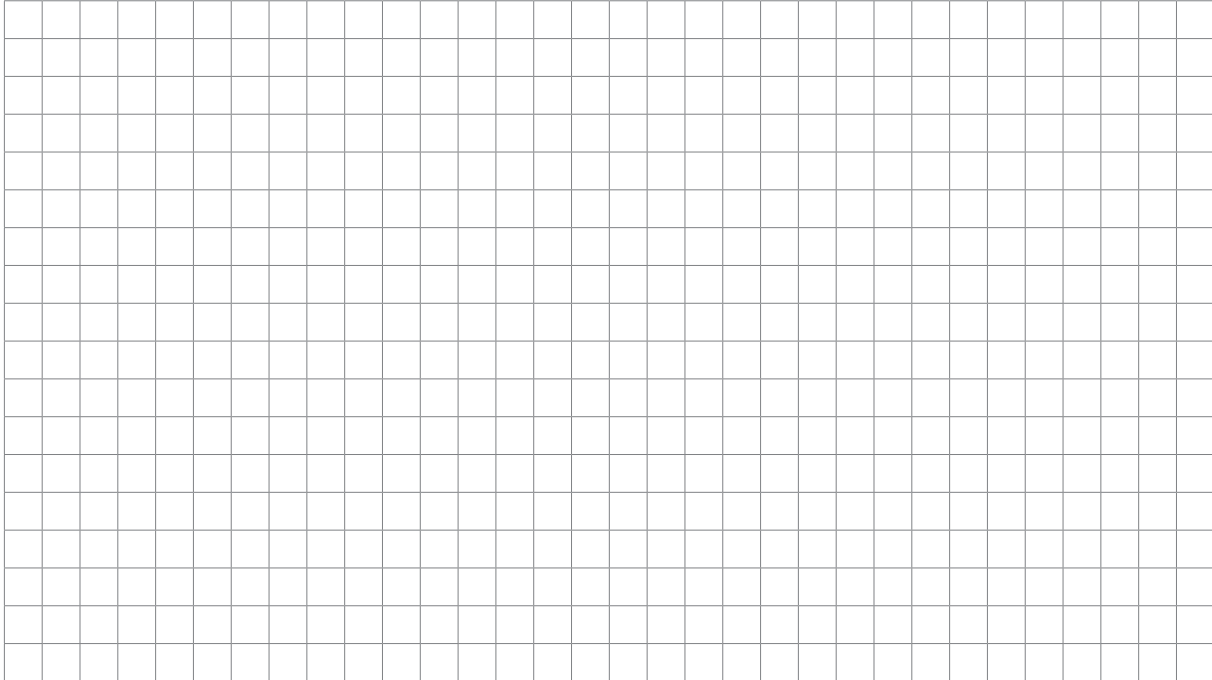
- A. $(x - 9)^2 + (y - 4)^2 = 5$ B. $(x + 9)^2 + (y + 4)^2 = 5$
C. $(x - 9)^2 + (y + 4)^2 = 5$ D. $(x + 9)^2 + (y - 4)^2 = 5$



Zadanie 5. (0-2)

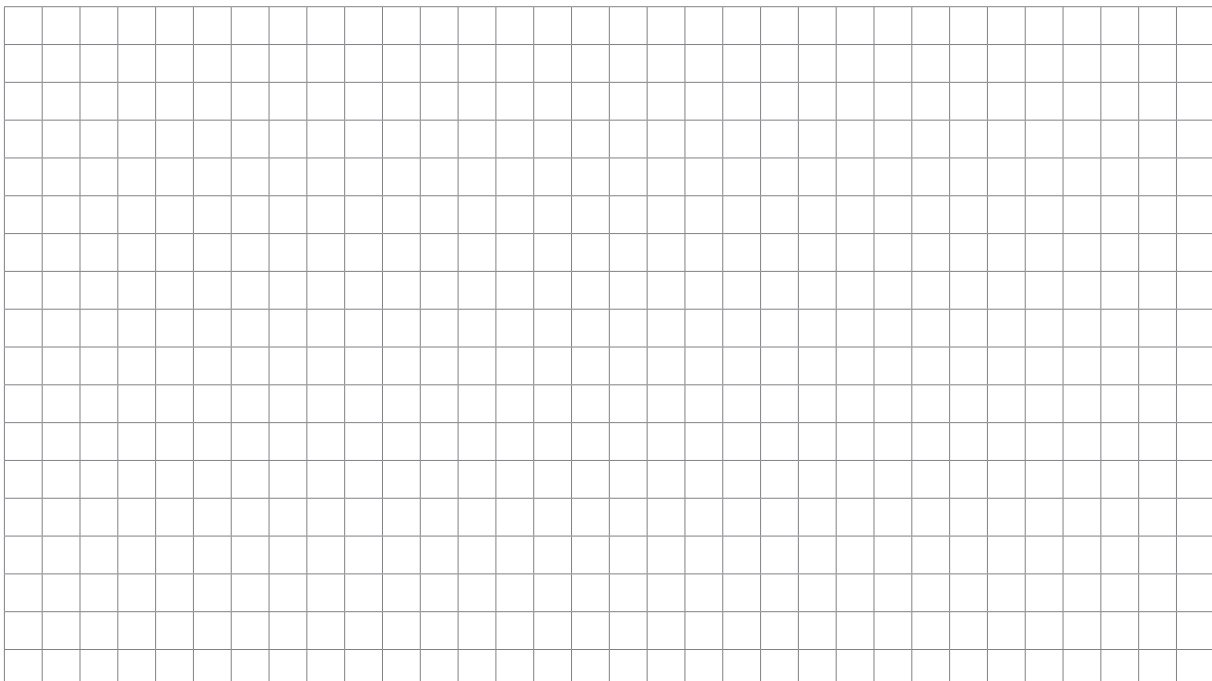
W deltoid o obwodzie 240 cm wpisano okrąg o promieniu 20 cm. Oblicz pole tego deltoidu. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

**Zadanie 6.** (0-2)

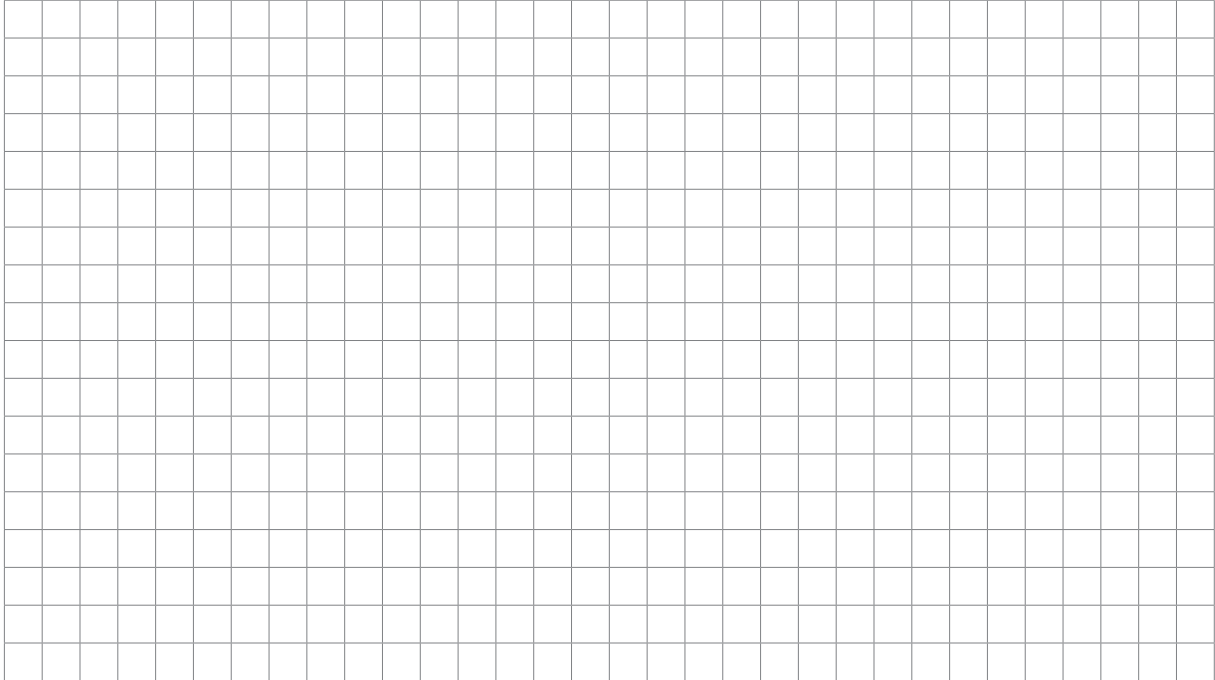
Dla jakiej wartości parametru m funkcja $f(x) = 2mx^3 - 3x^2 - x$, osiąga ekstremum lokalne w punkcie o odciętej 2? Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|



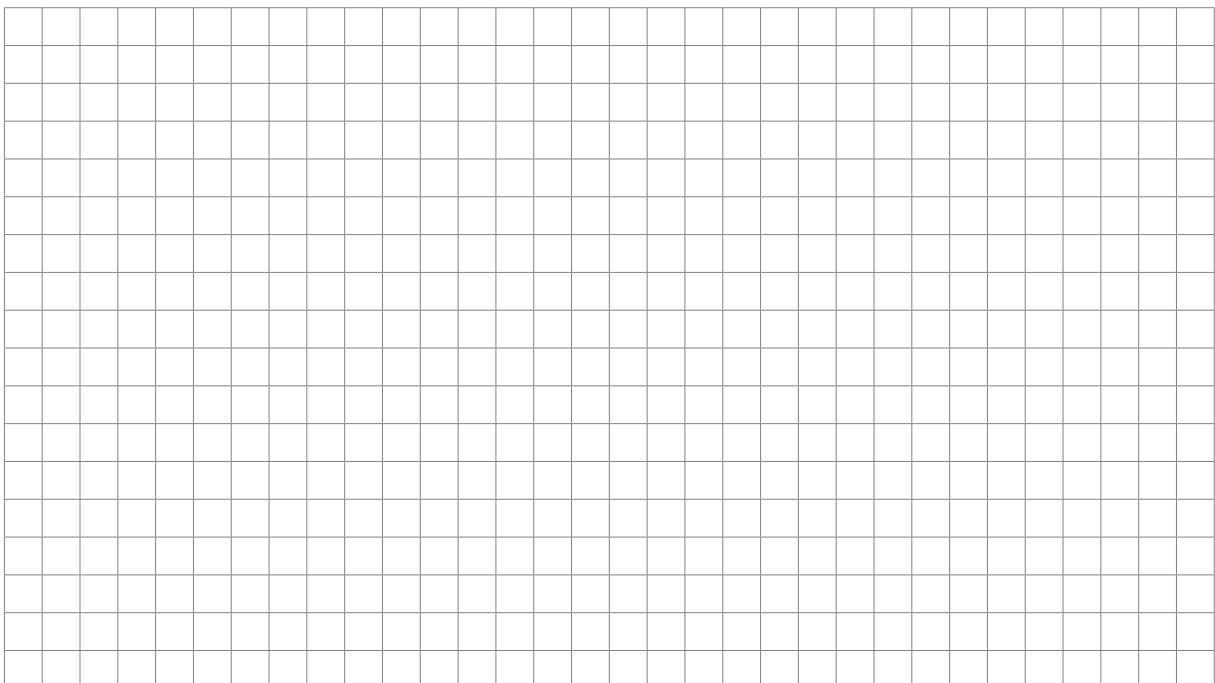
ZADANIA OTWARTE**Zadanie 7. (0-3)**

Przekątna równoległoboku o długości d dzieli jego kąt rozwarty na dwa kąty o miarach α i β . Wyznacz długości boków tego równoległoboku.

**Zadanie 8. (0-3)**

Wykaż, że dla dowolnych $x, y, z \in \mathbb{R}$, jeżeli $x + y + z = 0$, to

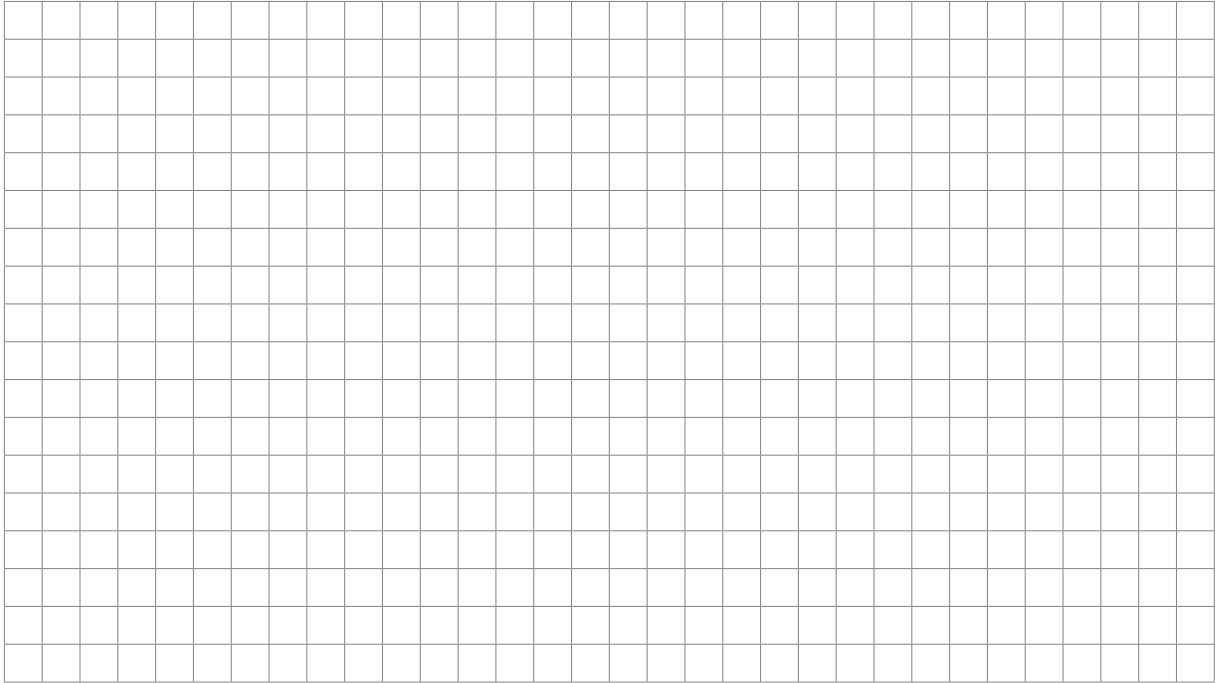
$$\frac{x^3 + y^3 + z^3}{3} = xyz.$$



Zadanie 9. (0-3)

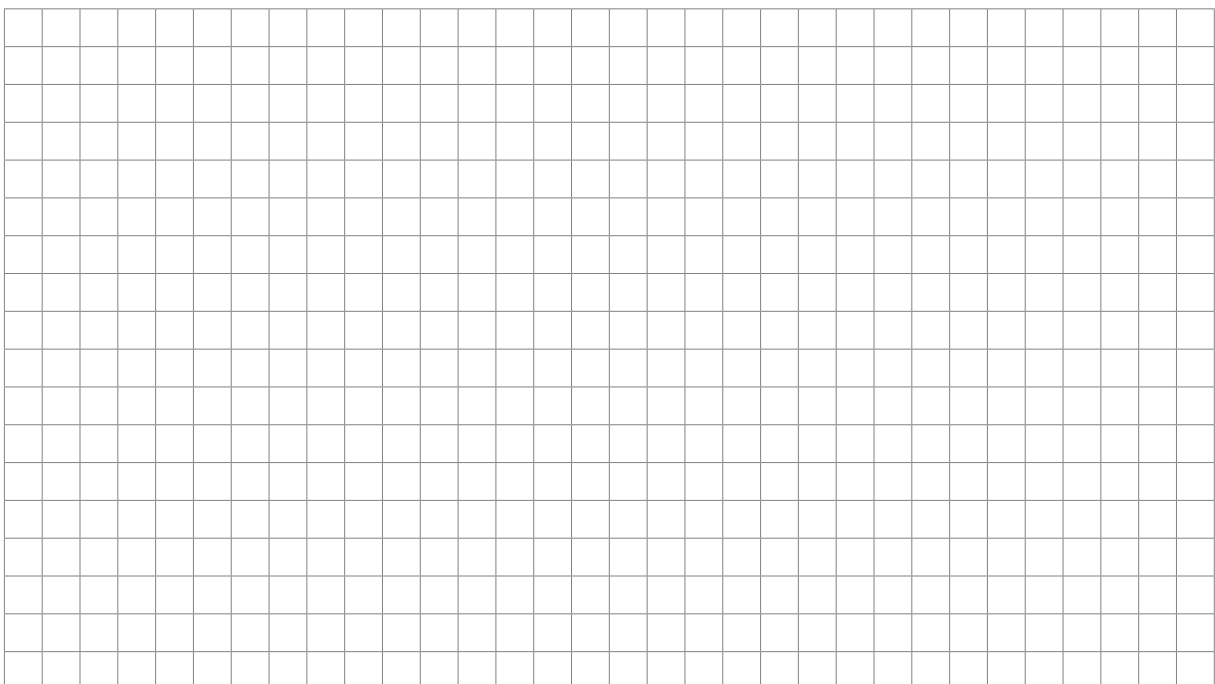
Wykaż, że jeżeli między miarami kątów α, β, γ w trójkącie zachodzi związek

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2}(1 - \cos \gamma), \text{ to trójkąt jest równoramienny.}$$

**Zadanie 10.** (0-5)

Wyznacz równanie okręgu o promieniu długości 8, który jest styczny do prostych o równaniach:

$$l: 3x - 4y + 10 = 0 \text{ i } k: y = -\frac{3}{4}x$$



Zadanie 11. (0-4)

Rozwiąż nierówność, w której lewa strona jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego zbieżnego.

$$1 + \frac{2x}{1+x} + \frac{4x^2}{(1+x)^2} + \dots \geq 5$$



Zadanie 12. (0-7)

Który z trapezów równoramiennych opisanych na okręgu o promieniu długości r ma najmniejsze pole? Wyznacz to pole.



Zadanie 13. (0-5)

Dane są dwa okręgi: $o_1(S_1, R)$ i $o_2(S_2, r)$. Okręgi te są styczne zewnętrznie. Oblicz promień okręgu stycznego do obu tych okręgów i do ich wspólnej stycznej zewnętrznej.

