

# MATEMATYKA

Przed próbnią maturą

## Sprawdzian 3.

(poziom rozszerzony)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **34**

Imię i nazwisko

.....

Liczba punktów

Procent

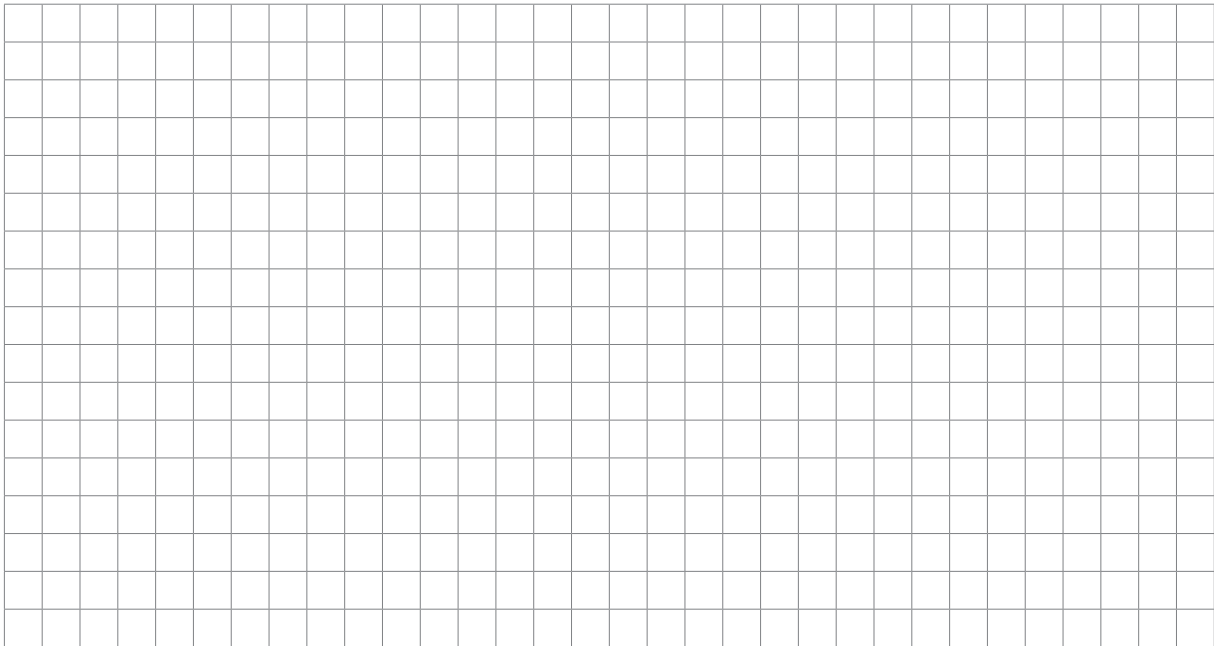




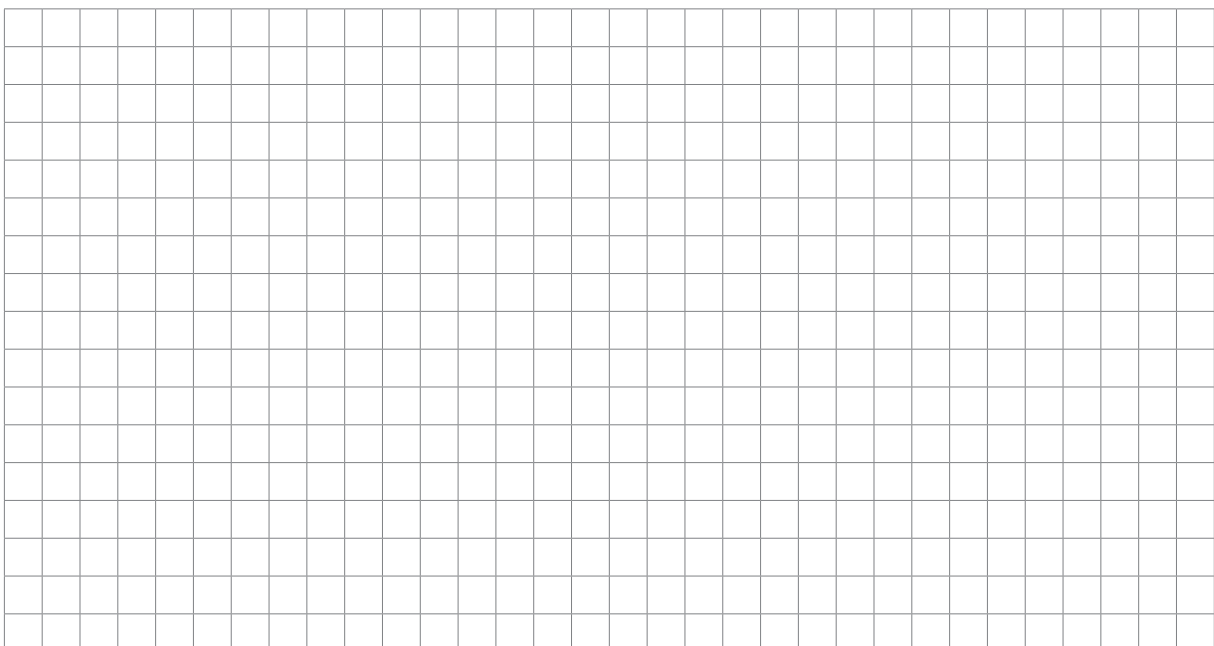
**ZADANIA OTWARTE****Zadanie 5.** (0–3)

Dana jest funkcja:

$$f(x) = \begin{cases} 2|x| - 4 & x \leq 2 \\ ||x - 3| - 1| & x > 2 \end{cases}$$

Dla jakich wartości parametru  $m$  równanie  $f(x) = m$  ma dokładnie trzy rozwiązania?**Zadanie 6.** (0–3)Uzasadnij, że dla  $0^\circ < x < 45^\circ$  prawdziwa jest nierówność:

$$2(\sin^3 x - \cos^3 x) < \sin x - \cos x.$$



**Zadanie 7.** (0–5)

W trapez równoramienny  $ABCD$  wpisano okrąg o środku  $O$ . Pokaż, że średnia arytmetyczna długości podstaw trapezu  $ABCD$  jest równa  $\sqrt{|OA|^2 + |OD|^2}$ .



**Zadanie 8.** (0–5)

Dany jest okrąg o środku  $O = (2, 2)$  i promieniu  $r = 2$  oraz styczna do tego okręgu w punkcie  $A$ , którego współrzędne są liczbami dodatnimi. Styczna ta przecina oś  $OX$  w punkcie  $B = (6, 0)$ . Wyznacz współrzędne punktu  $A$ .



**Zadanie 9.** (0–5)

Dla jakich wartości parametru  $a$  równanie  $(x + 1)(x^2 - (a + 1)x + a) = 0$  ma trzy różne pierwiastki rzeczywiste, których suma kwadratów jest równa 6?



**Zadanie 10.** (0–7)

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym bok  $BC$  jest dwa razy dłuższy od boku  $AB$ , a kąt  $ABC$  jest dwa razy większy od kąta  $BAC$ . Pokaż, że  $|AC|^2 = 6|AB|^2$ .

