

MATEMATYKA

Przed próbnią maturą w roku 2017

Sprawdzian 3.

(poziom rozszerzony)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **34**

Imię i nazwisko

.....

Liczba punktów

Procent

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Zadanie 1. (0–1)

Wartość sumy $\log_8 3 + \log_{64} 3$ jest równa

A. $\log_{40} 3$;

B. $\log_2 9$;

C. $\log_2 3$;

D. $\log_2 \sqrt{3}$.

Zadanie 2. (0–1)

Liczba ryb w stawie hodowlanym jest opisana za pomocą równania $x_{n+1} = 2x_n - 90$, gdzie x_n oznacza liczbę ryb w n -tym roku. Ile ryb będzie w stawie w czwartym roku hodowli, jeśli w pierwszym roku było 100 ryb?

A. 110;

B. 150;

C. 170;

D. 210.



ZADANIA Z KODOWANĄ ODPOWIEDZIĄ**Zadanie 3.** (0–2)

Niech A i B będą zdarzeniami takimi, że $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B') = \frac{2}{3}$ oraz $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Zakoduj pierwszą, drugą i trzecią cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby $P(A|B)$.

--	--	--

**Zadanie 4.** (0–2)

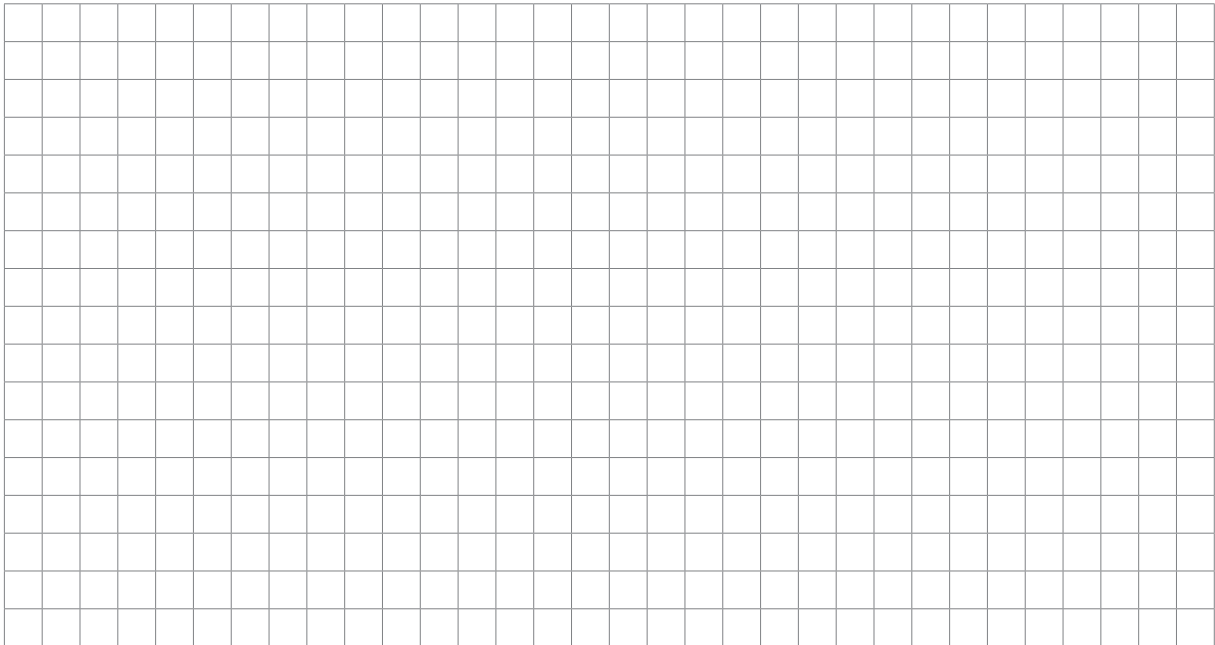
Dana jest granica $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (p+1)x + p}{x-1} = \frac{1}{3}$. Zakoduj cyfrę jedności oraz pierwszą i drugą cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby p .

--	--	--



ZADANIA OTWARTE**Zadanie 5.** (0–3)

Wyznacz wszystkie pary kwadratów, których długości boków są liczbami całkowitymi oraz różnica pól jest równa 15.

**Zadanie 6.** (0–3)

W urnie są cztery białe kule i pewna liczba kul czarnych. Z urny losujemy dwie kule. Prawdopodobieństwo, że będą to obie kule czarne, jest równe $\frac{1}{7}$. Oblicz, ile kul czarnych znajduje się w urnie.



Zadanie 7. (0–5)

Wyznacz współrzędną wierzchołka C trójkąta ABC , jeśli wiadomo, że $A = (1, -1)$, $B = (4, 2)$ oraz wysokość opuszczona na bok AB ma długość $2\sqrt{2}$ i zawiera się w prostej o równaniu $y = -x + 2$.



Zadanie 8. (0–5)

Dana jest funkcja $f(x) = mx^3 - 3x^2 + 3mx + 1$. Funkcja $g(m)$ przypisuje każdej wartości parametru m liczbę ekstremów, jaką ma funkcja f dla tego parametru m . Wyznacz wzór oraz naszkicuj wykres funkcji g .



Zadanie 9. (0–5)

Dany jest ostrosłup $ABCDS$, którego podstawą jest kwadrat $ABCD$. Długość krawędzi podstawy jest równa długości krawędzi bocznej i jest równa a . Punkty E i F są środkami krawędzi CS i DS , odpowiednio. Oblicz pole czworokąta $ABEF$.



Zadanie 10. (0–7)

W równoległoboku $ABCD$, w którym kąt ostry BAD ma miarę α , dwusieczne kątów BAD i CBA przecinają się w punkcie G . Dwusieczna kąta BAD przecina bok CD w punkcie E oraz dwusieczna kąta CBA przecina bok CD w punkcie F (zobacz rysunek). Ponadto $|AB| = a$ oraz $|BC| = b$, gdzie $a > 2b$. Wykaż, że obwód trójkąta EFG jest większy od $(a - 2b)(1 + \sqrt{2 \sin(\alpha)})$.

