

MATEMATYKA

Przed próbnią maturą w roku 2018

Sprawdzian 3.

(poziom rozszerzony)

Czas pracy: **90 minut**

Maksymalna liczba punktów: **34**

Imię i nazwisko

.....

Liczba punktów

Procent

ZADANIA ZAMKNIĘTE**Zadanie 1.** (0-1)

Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (a_n) o pierwszym wyrazie $a_1 = 3$. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu wynosi 9. Suma wszystkich wyrazów ciągu (a_{2n}) jest równa

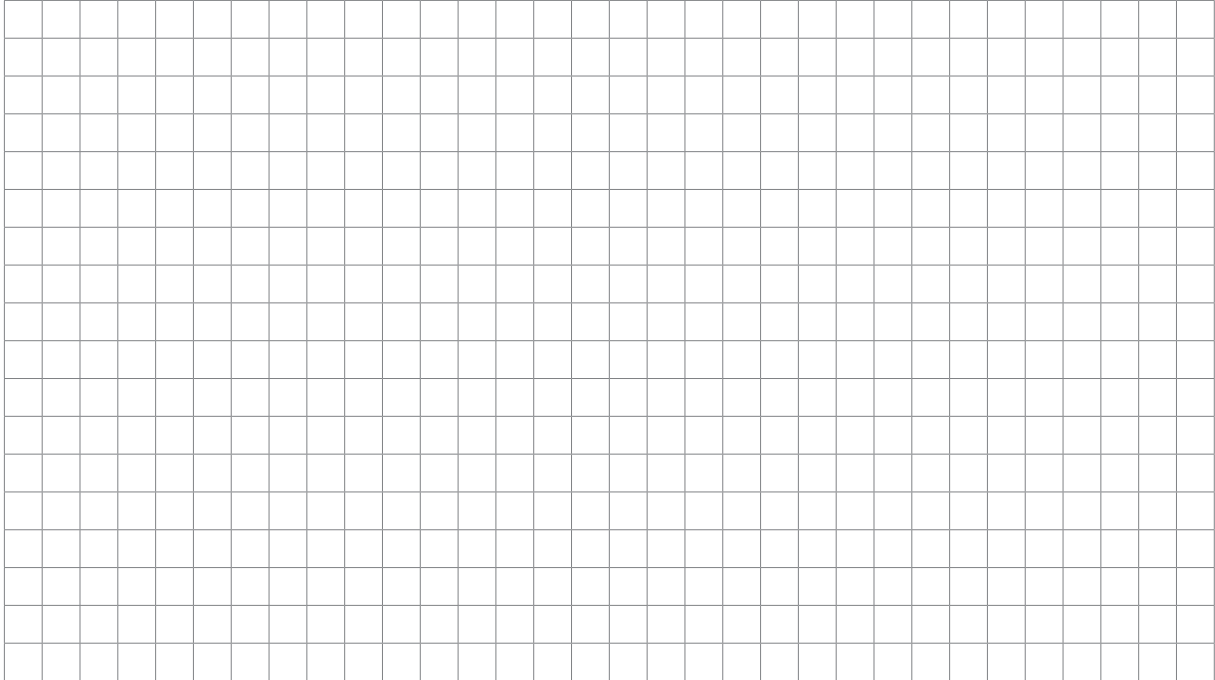
- A. 3 B. 3,6 C. 4,5 D. 6

Zadanie 2. (0-1)

Rzucamy dwiema symetrycznymi sześciennymi kostkami do gry. Prawdopodobieństwo wyrzucenia sumy oczek równej 5 pod warunkiem, że wartość bezwzględna różnicy wyrzuconych oczek jest równa 3 wynosi

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{5}$



ZADANIA OTWARTE**Zadanie 5.** (0-3)Rozwiąż nierówność: $x^5 - 4x^3 - 8x^2 + 32 > 0$.**Zadanie 6.** (0-3)Wykaż, że równanie $\sqrt{1 + 9x^2 - 6x} - \sqrt{x^2 + 4 + 4x} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(3n+2)}{n^2 + 3n}$ ma dokładnie jeden pierwiastek dodatni.

Zadanie 7. (0-5)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = ax + \frac{b}{x^2 + 1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Prosta o równaniu $y = 2$ jest styczna do wykresu funkcji $y = f(x)$ w punkcie $(1, f(1))$. Uzasadnij, że funkcja $y = f(x)$ jest rosnąca dla $x > 1$.



Zadanie 8. (0-5)

Współczynniki wielomianu $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tworzą ciąg geometryczny. Liczba -3 jest pierwiastkiem tego wielomianu. Uzasadnij, że suma współczynników wielomianu jest podzielna przez 8.



Zadanie 9. (0-5)

Wyznacz liczbę elementów zbioru $A \cap B$ w zależności od parametru m , jeśli $A = \{(x, y): y - x^2 + 4x = 3\}$ i $B = \{(x, y): y - |x - 2| - m = 0\}$.



Zadanie 10. (0-7)

W okrąg o równaniu $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$ jest wpisany trójkąt ABC , którego bok AB zawarty jest w prostej o równaniu $x - 2y = 0$. Pole trójkąta ABC jest równe 5. Wyznacz współrzędne punktu C .

