Zestaw B. Zadania zamknięte

odpowiedzi – s. 148

Wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (1 pkt)
Punkt $\left(\frac{1}{3}, 2\right)$ jest wierzchołkiem paraboli będącej wykresem funkcji:

$$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + bx + c$$

Wynika stąd, że wyrażenie $8b - 6c$ przyjmuje wartość równą:

A. -3, **B.** -2, **C.** 2, **D.** 3.

Zadanie 2. (1 pkt)
Suma kwadratów pierwiastków równania $\sqrt{6}x^2 - \sqrt{6} = 3x$ jest równa:

A. $\frac{7}{2}$, **B.** $\frac{9}{2}$, **C.** $\frac{11}{2}$, **D.** $\frac{13}{2}$.

Zadanie 3. (1 pkt)
Jednym z rozwiązań równania $x^2 + x + c = 0$ jest liczba $\frac{2-\sqrt{5}}{4}$. Wynika stąd, że liczba c należy do przedziału:

A. $\left\langle -1; -\frac{1}{2}\right)$, **B.** $\left\langle -\frac{1}{2}; 0\right)$, **C.** $\left\langle 0; \frac{1}{2}\right)$, **D.** $\left\langle \frac{1}{2}; 1\right)$.

Zadanie 4. (1 pkt)
Jeden z pierwiastków trójmianu kwadratowego $y = 4x^2 + bx - 7$ jest o 4 większy od drugiego. Oś symetrii paraboli będącej wykresem tego trójmianu może być dana równaniem:

A. $x = \frac{3}{2}$, **B.** $x = \frac{5}{2}$, **C.** $x = \frac{7}{2}$, **D.** $x = \frac{9}{2}$.

Zadanie 5. (1 pkt)
Parabole dane równaniami $y = -x^2 - 4x + 3$ i $y = x^2 + 2x - 5$ przecinają się w punktach (x_1, y_1) i (x_2, y_2). Iloczyn $x_1 x_2 y_1 y_2$ jest równy:

A. 12, **B.** 16, **C.** 18, **D.** 24.

Zadanie 6. (1 pkt)
Suma odwrotności pierwiastków równania $\frac{2}{13}x^2 - 2\frac{3}{4}x + 2\frac{4}{5} = 0$ jest równa:

A. $\frac{25}{26}$, **B.** $\frac{35}{36}$, **C.** $\frac{45}{46}$, **D.** $\frac{55}{56}$.

Zadanie 7. (1 pkt)
Suma kwadratów pierwiastków równania $x^2 + 3x - 3 = 0$ jest liczbą podzielną przez:

A. 4, **B.** 5, **C.** 6, **D.** 7.

Zadanie 8. (1 pkt)
Do paraboli, do której należą punkty $A(-2, -3)$ i $B(4, 1)$, nie może należeć punkt:

A. $(-4, 10)$, **B.** $(-1, -3)$, **C.** $(9, 10)$, **D.** $(10, 5)$.

3. FUNKCJA KWADRATOWA

Zestaw C. Zadania z kodowaną odpowiedzią

odpowiedzi – s. 148

Zakoduj wynik w kratkach umieszczonych obok polecenia.

Zadanie 1. (2 pkt)
Wykres funkcji g otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = 2x^2 + 8x + 5$ o wektor $\left[\frac{17}{4}, \frac{17}{4}\right]$. Parabola będąca wykresem funkcji g ma wierzchołek w punkcie (p, q). Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby $|pq|$.

Zadanie 2. (2 pkt)
Funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe x_1, x_2, które są liczbami odwrotnymi takimi, że $x_1 < x_2$ oraz $x_1 + x_2 = 4$. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby x_1.

Zadanie 3. (2 pkt)
Oblicz wartość parametru k, dla którego zbiorem wartości funkcji $f(x) = x^2 + 3x + k - 3$ jest przedział $\langle -2; \infty)$. Zakoduj cyfrę jedności oraz dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby k.

Zadanie 4. (2 pkt)
Liczba $\frac{18-\sqrt{7}}{2}$ jest jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej, której wykresem jest parabola o wierzchołku w punkcie $(4, 6)$. Liczba x_2 jest drugim miejscem zerowym tej funkcji. Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dzisiętnego liczby x_2.

Zadanie 5. (2 pkt)
Liczba p jest równa kwadratowi różnicy pierwiastków równania $x^2 + 4x - \frac{1}{4} = 0$. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby p.

Zadanie 6. (2 pkt) CKE
Równanie $x^2 + 48x + 2 = 0$ ma dwa rozwiązania x_1, x_2. Liczba $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ jest liczbą całkowitą dodatnią. Znajdź tę liczbę. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (2 pkt)
X jest zbiorem całkowitych wartości parametru m, dla których równanie $\left|-x^2 + 2|x| + 5\right| = m$ ma cztery rozwiązania. Oblicz sumę sześcianów liczb należących do zbioru X. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

Zestaw D. Zadania otwarte

odpowiedzi – s. 148
modele – s. 149

Zadanie 1. (4 pkt)
Rozwiąż nierówność $|x^2 - x| - |x - 5| \leqslant 3$.

Zadanie 2. (2 pkt) CKE 2015
Liczby -1 i 3 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f. Oblicz $\frac{f(6)}{f(12)}$.

Zadanie 3. (5 pkt)
Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \sqrt{x^4 - 6x^3 + 9x^2} - 3x$. Rozwiąż nierówność $f(x) > 0$.

Zadanie 4. (3 pkt)
Zbadaj liczbę pierwiastków równania $x^2 + 2x + |x^2 + 2x| = m$ w zależności od wartości parametru m.

Zadanie 5. (4 pkt)
Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |(x - p)^2 + 2p|$ dla $p = -2$. Dla jakich wartości parametru p równanie $f(x) = 6$ ma dokładnie trzy rozwiązania?

Zadanie 6. (3 pkt) CKE
Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej m prawdziwa jest nierówność:

$$20x^2 - 24mx + 18m^2 \geqslant 4x + 12m - 5$$

Zadanie 7. (5 pkt) CKE
Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których funkcja f określona wzorem:

$$f(x) = (m^2 - 1)x^2 - 2(1 - m)x + 2$$

przyjmuje wartości dodatnie dla każdej liczby rzeczywistej.

Zadanie 8. (4 pkt)
Dana jest funkcja $f(x) = \sqrt{(m-2)x^2 + (m-2)x + 1}$. Dla jakich wartości parametru m jej dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych?

Zadanie 9. (4 pkt)
Dla jakich wartości parametru m funkcja $f(x) = (3 - m)x^2 + mx - m$ przyjmuje wartości ujemne dla każdego $x \in \mathbf{R}$?

Zadanie 10. (5 pkt)
Dla jakich wartości parametru m suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania $x^2 + (m - 4)x - 4m = 0$ jest cztery razy większa od sumy tych pierwiastków?

Zadanie 11. (5 pkt)
Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + (m + 2)x + \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 5 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, których iloczyn i suma są liczbami przeciwnymi?

Zadanie 12. (3 pkt)
Zapisz wzór funkcji f, która każdej liczbie $n \in \mathbf{N}_+$ przyporządkowuje największą liczbę całkowitą x spełniającą nierówność $x^2 - 2nx - 8n^2 < 0$.

Zadanie 13. (3 pkt)
Wyznacz dziedzinę i naszkicuj wykres funkcji $f(n) = x_1 + x_2$, gdzie x_1, x_2 są różnymi pierwiastkami równania $nx^2 - (n+2)x + n + 2 = 0$.

Zadanie 14. (4 pkt)
Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + (m-1)x + m - 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, z których jeden jest sinusem, a drugi – cosinusem tego samego kąta?

Zadanie 15. (5 pkt) CKE
Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $x^2 + mx + 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste takie, że suma ich kwadratów jest większa od $2m^2 - 13$.

Zadanie 16. (5 pkt) CKE 2015
Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2, spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

Zadanie 17. (6 pkt)
Dla jakich wartości parametru m jedno z rozwiązań równania $\frac{16}{m^2}x^2 - 6mx + m^2 = 0$ jest sześcianem drugiego rozwiązania? Znajdź te rozwiązania.

Zadanie 18. (5 pkt)
Wyznacz wartości parametru m, dla których zbiorem wartości funkcji:

$$f(x) = \tfrac{1}{4}mx^2 + (m-1)x - m^2 + m + 1$$

jest przedział $\langle 1; \infty)$.

Zadanie 19. (6 pkt)
Dla jakich wartości parametru m trójmian kwadratowy $y = (m+1)x^2 + 2x - 4m + 1$ ma przynajmniej jeden pierwiastek dodatni?

Zadanie 20. (7 pkt)
Dla jakich wartości parametru m pierwiastkami równania $x^2 - 2mx - m^2 - 2m + 4 = 0$ są dwie różne liczby ujemne x_1 i x_2 spełniające warunek $|x_1 - x_2| = 4\sqrt{2}$?

Zadanie 21. (6 pkt) CKE
Dane jest równanie $(x+3)[x^2 + (p+4)x + (p+1)^2] = 0$ z niewiadomą x.

a) Rozwiąż to równanie dla $p = 1$.

b) Wyznacz wszystkie wartości parametru p, dla których równanie to ma tylko jedno rozwiązanie.

3. FUNKCJA KWADRATOWA

Zestaw B – odpowiedzi

1. A **2.** A **3.** C **4.** A **5.** D **6.** D **7.** B **8.** D

Zestaw C – odpowiedzi

1. 812 $(pq = 2{,}8125)$
2. 267 $\left(x_1 = 2 - \sqrt{3}\right)$
3. 325 $(k = 3{,}25)$
4. 322 $\left(x_2 = \frac{\sqrt{7}-2}{2}\right)$
5. 017 $(p = 17)$
6. 575
7. 316

Zestaw D – odpowiedzi

1. $x \in \langle -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2} \rangle$
2. $\frac{7}{39}$
3. $x \in (-\infty; 0) \cup (6; \infty)$
4. 0 rozwiązań dla $m \in (-\infty; 0)$,
2 rozwiązania dla $m \in (0; \infty)$,
nieskończenie wiele rozwiązań dla $m = 0$
5. $p = -3$
7. $m \in (-\infty; -3) \cup \langle 1; \infty)$
8. $m \in \langle 2; 6 \rangle$
9. $m \in (4; \infty)$
10. $m = 0$
11. $m = 3$
12. $f(n) = 4n - 1,\ n \in \mathbf{N}_+$
13. $f(n) = \frac{n+2}{n},\ D = (-2; 0) \cup \left(0; \frac{2}{3}\right)$
14. $m = 2$
15. $m \in \left(-3; -2\sqrt{2}\right) \cup \left(2\sqrt{2}; 3\right)$
16. $m = \frac{12+\sqrt{109}}{5}$
17. $m \in \left\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right\}$,
$x_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4},\ x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
lub $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{4},\ x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$
18. $m = 1$ lub $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
19. $m \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{4}; \infty\right)$
20. $m = -3$
21. **a)** $x = -4,\ x = -3,\ x = -1$
b) $p \in (-\infty; -2) \cup \langle 2; \infty)$