

# PRÓBNA MATURA

Imię i nazwisko:

Wynik:

**Zadanie 1. (1 pt)**

Równanie

$$|2^{-(|x|-2)} - 1| = 2$$

ma:

- A. 0 rozwiązań    B. 1 rozwiązanie    C. 2 rozwiązania    D. 4 rozwiązania

**Zadanie 2. (1 pt)**

Granica

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{1 - x^2}$$

wynosi

- A. 0    B.  $\frac{1}{2}$     C. 1    D.  $\frac{3}{2}$

# BRUDNOPIS

**Zadanie 3. (2 pts)**

Pierwiastki wielomianu  $W(x) = x^3 + 3x^2 + mx + n$  tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy 5. Oblicz wartość wyrażenia  $\frac{m}{n}$ . Jako odpowiedź podaj trzy pierwsze miejsca po przecinku rozwinięcia dziesiętnego obliczonej wartości.

**Zadanie 4. (3 pts)**

Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 6}{x + 1}$ .

**Zadanie 5. (3 pts)**

Rozwiąż równanie

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$$

dla  $x \in \langle -10\pi, -8\pi \rangle$ .

**Zadanie 6. (3 pts)**

W trójkąt prostokątny wpisano okrąg o promieniu  $r$ . Na tym samym trójkącie opisano okrąg o promieniu  $2r$ . Wykaż, że pole trójkąta wynosi  $5r^2$ .

**Zadanie 7. (3 pts)**

Pierwsze trzy wyrazy pewnego ciągu geometrycznego są odpowiednio pierwszym, czwartym i szesnastym wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz te liczby, jeśli wiadomo, że ich suma wynosi 63.

**Zadanie 8. (3 pts)**

Dla jakich wartości parametru  $k$  rozwiązaniem układu

$$\begin{cases} x - y = k - 1 \\ 2x - y = 3 - k \end{cases}$$

jest para liczb o przeciwnych znakach?

**Zadanie 9. (4 pts)**

Spośród cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 losujemy bez zwracania kolejno 5 cyfr, które zapisane w kolejności losowania tworzą liczbę pięciocyfrową. Ile, spośród tak utworzonych liczb, zawiera dokładnie 2 cyfry nieparzyste i te cyfry ze sobą sąsiadują?

**Zadanie 10. (5 pts)**

Przez  $A$  oznaczmy figurę geometryczną powstałą po odjęciu zbioru punktów należących do koła  $\{(x, y) : x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$  od zbioru punktów wewnątrz trójkąta ograniczonego stycznymi poprowadzonymi z punktu  $P(0, 3)$  do okręgu  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  oraz osią  $Y$ . Oblicz pole figury  $A$ .

**Zadanie 11. (5 pts)**

Pole powierzchni bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi  $12\sqrt{5}$ , a jego wysokość jest równa 2. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

**Zadanie 12. (5 pts)**

Oblicz, dla jakich wartości parametru  $m$  dwa różne pierwiastki równania

$$mx^2 - 2mx + 1 = 0$$

spełniają nierówność  $x_1^2 + x_2^2 < 3$ .

**Zadanie 13. (5 pts)**

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym stosunki długości boków wynoszą  $|BC| : |AC| = 2 : 3$  oraz  $|BC| : |AB| = 1 : 2$ . Na boku  $AB$  zaznaczono punkt  $D$  w taki sposób, że  $|BC| : |CD| = 4 : 3$ . Wyznacz  $|AD| : |BD|$ .

**Zadanie 14. (7 pts)**

Dla jakich wartości parametru  $m$  odległość pomiędzy środkami okręgów o równaniach  $(x - 1)^2 + y^2 = 4 - m^2$  oraz  $\left(x - \frac{m}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{\sqrt{2}m^2}{4}\right)^2 = m$  będzie najmniejsza. Wyznacz tę najmniejszą odległość.

# BRUDNOPIS