

Opis wymagań szczegółowych na poziomie podstawowym

Uczeń:

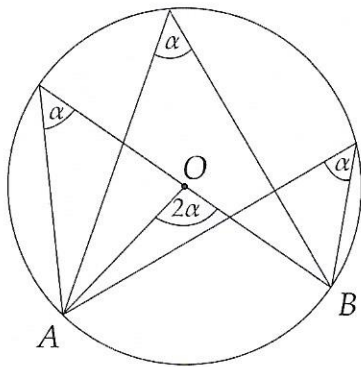
1. stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;
2. korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;
3. rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;
4. korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.

„Wybrane wzory matematyczne”

- zestaw wzorów matematycznych przygotowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną dla potrzeb egzaminu maturalnego z matematyki obowiązującej od roku 2015.



## Kąty w okręgu



Miara kąta wpisanego w okrąg jest równa połowie miary kąta środkowego, opartego na tym samym łuku.

Miary kątów wpisanych w okrąg, opartych na tym samym łuku, są równe.

Miary kątów wpisanych w okrąg, opartych na łukach równych, są równe.

**Zadanie 1.** Kąt wpisany oparty na  $\frac{1}{6}$  okręgu ma miarę

- A.  $60^\circ$ .                      B.  $120^\circ$ .                      C.  $90^\circ$ .                      D.  $30^\circ$ .

**Zadanie 2.** Kąt środkowy jest oparty na  $\frac{1}{12}$  okręgu. Kąt wpisany oparty na tym łuku ma miarę

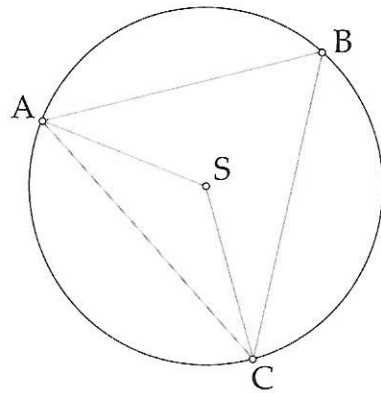
- A.  $15^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $120^\circ$ .

**Zadanie 3.** Oblicz miarę kąta wpisanego opartego na  $\frac{2}{5}$  okręgu.

**Zadanie 4.**

Jeżeli kąt ACS ma 20 stopni, to kąt ABC ma miarę

- A.  $140^\circ$ .                      C.  $70^\circ$ .  
 B.  $100^\circ$ .                      D.  $60^\circ$ .



**Zadanie 5.** Dany jest okrąg o średnicy 20 cm. W okręgu poprowadzono cięciwę o długości  $10\sqrt{3}$  cm. Jaka jest miara kąta środkowego, który oparty jest na łuku wyznaczonym przez tę cięciwę?

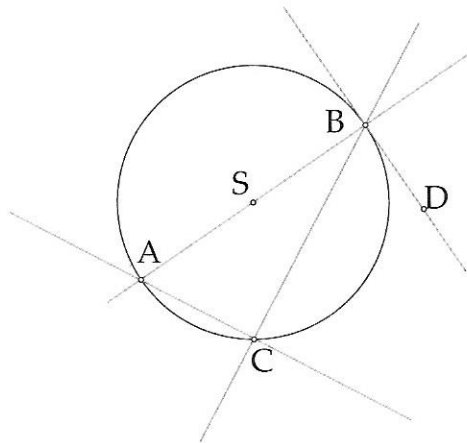
- A.  $45^\circ$  lub  $315^\circ$               B.  $60^\circ$  lub  $300^\circ$               C.  $90^\circ$  lub  $270^\circ$               D.  $120^\circ$  lub  $240^\circ$

**Zadanie 6.** Rumb to kąt środkowy oparty na  $\frac{1}{32}$  okręgu. Ile stopni ma jeden rumb?

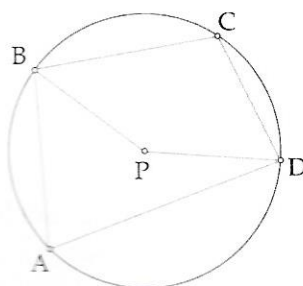
- A.  $11^\circ 15'$                       B.  $11^\circ 25'$                       C.  $11,5^\circ$                       D.  $11,05^\circ$

**Zadanie 7.**

Kąt CBD ma  $75^\circ$ . Wiedząc, że prosta BD jest styczna do okręgu, oblicz miarę kąta CAS.

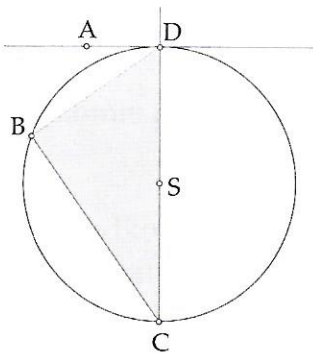
**Zadanie 8.**

Kąt wypukły DPB ma miarę  $130^\circ$ . Oblicz miarę kąta BCD.

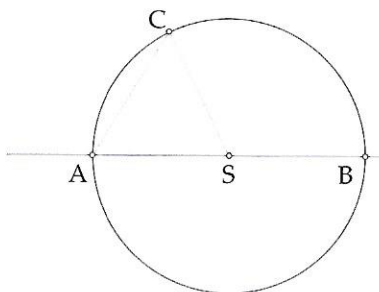


**Zadanie 9.**

Wiedząc, że prosta AD jest styczna do okręgu i kąt ADB ma  $35^\circ$ , oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta BCD.

**Zadanie 10.**

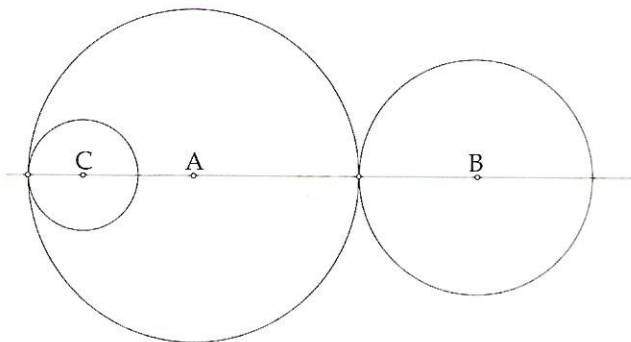
Wiedząc, że kąt BSC ma  $110^\circ$ , oblicz miary kątów w trójkącie ASC.



**Zadanie 11.** Dwa okręgi są styczne wewnętrznie i odległość ich środków wynosi 9. Gdyby były styczne zewnętrznie, to odległość ich środków wynosiłaby 15. Oblicz długości promieni tych okręgów.

**Zadanie 12.** Dane są dwa okręgi o promieniach odpowiednio 11 i 20. Mniejszy okrąg przechodzi przez środek większego. Jaka jest odległość środków tych okręgów?

**Zadanie 13.** Środki trzech okręgów leżą na jednej prostej. Długość promienia największego wynosi 15, średniego 7, a odległość środków dwóch okręgów mniejszych jest równa 32. Jaką długość ma promień najmniejszego okręgu?



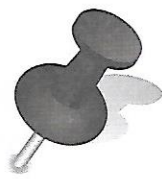
**Zadanie 14.** Dane są dwa koła o promieniach długości 5 cm i 12 cm. Promień koła, którego pole jest równe sumie pól danych kół ma długość

A. 1,7 dm.

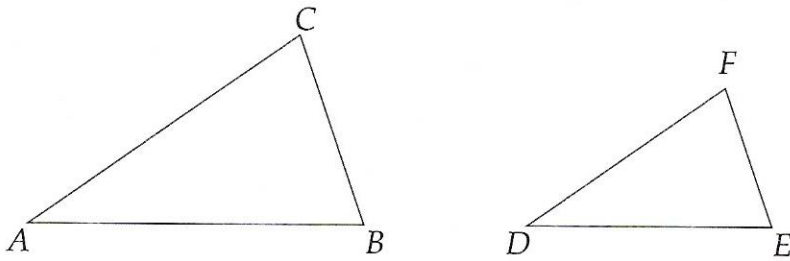
B. 13 cm.

C. 8,5 cm.

D. 0,7 dm.



• Cechy podobieństwa trójkątów



To, że dwa trójkąty  $ABC$  i  $DEF$  są podobne ( $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ) możemy stwierdzić na podstawie każdej z następujących **cech podobieństwa trójkątów**:

- cecha podobieństwa "bok – bok – bok":  
długości boków jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich długości boków drugiego trójkąta,

np.  $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|}$

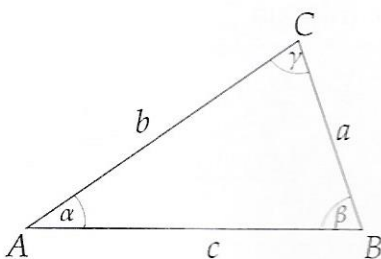
- cecha podobieństwa "bok – kąt – bok":  
długości dwóch boków jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich długości dwóch boków drugiego trójkąta i kąty między tymi parami boków

są przystające, np.  $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|}$ ,  $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle EDF|$

- cecha podobieństwa "kąt – kąt – kąt":  
dwa kąty jednego trójkąta są przystające do odpowiednich dwóch kątów drugiego trójkąta (więc też i trzecie kąty obu trójkątów są przystające):

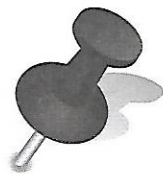
$|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle EDF|$ ,  $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle DEF|$ ,  $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle DFE|$

Przyjmujemy oznaczenia w trójkacie ABC:

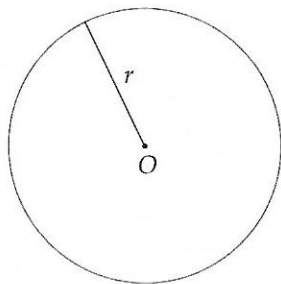


- $a, b, c$  - długości boków, leżących odpowiednio naprzeciwko wierzchołków  $A, B, C$
- $2p = a + b + c$  - obwód trójkąta
- $\alpha, \beta, \gamma$  - miary kątów przy wierzchołkach  $A, B, C$
- $h_a, h_b, h_c$  - wysokości opuszczone z wierzchołków  $A, B, C$
- $R, r$  - promienie okręgów opisanego i wpisanego





• Koło



Wzór na pole koła o promieniu  $r$  :

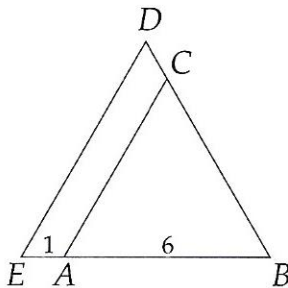
$$P = \pi r^2$$

Obwód koła o promieniu  $r$ :

$$L = 2\pi r$$

**Zadanie 15.** Dany jest trójkąt równoramienny  $ABC$  ( $|AC| = |BC|$ ). Na boku  $AB$  zaznaczono punkt  $K$  tak, że  $|CK| = |BK|$  i miara kąta  $BCK = 47^\circ$ . Oblicz miarę kąta  $ACK$ .

**Zadanie 16.** Oblicz obwód czworokąta  $ACDE$  wiedząc, że trójkąt  $ABC$  jest równoboczny i  $ED \parallel AC$ .



**Zadanie 17.** Trójkąty prostokątne  $ABC$  i  $DEF$  są podobne. Przyprostokątne trójkąta  $ABC$  mają długości 5 i 12, a przeciwprostokątna trójkąta  $DEF$  ma długość 39. Wyznacz pole trójkąta  $DEF$ .

**Zadanie 18.** Czworokąt o polu  $320 \text{ cm}^2$  przekształcono w skali  $k$  tak, że jego pole zmniejszyło się o  $140 \text{ cm}^2$ . Skala podobieństwa wynosi

A.  $\frac{16}{9}$ .

B.  $\frac{4\sqrt{7}}{7}$ .

C.  $\frac{16}{7}$ .

D.  $\frac{3}{4}$ .

**Zadanie 19.** Oblicz pole trójkąta równoramiennego o ramionach długości 10 cm, jeżeli kąt przy podstawie ma  $75^\circ$ .

**Zadanie 20.** Dany jest trójkąt  $ABC$ , którego obwód jest równy  $72\text{ cm}$ , a pole  $252\text{ cm}^2$ . Promień okręgu wpisanego w trójkąt  $ABC$  ma długość

- A.  $3,5\text{ cm}$ .                      B.  $7\text{ cm}$ .                      C.  $1,75\text{ cm}$ .                      D.  $5,35\text{ cm}$ .

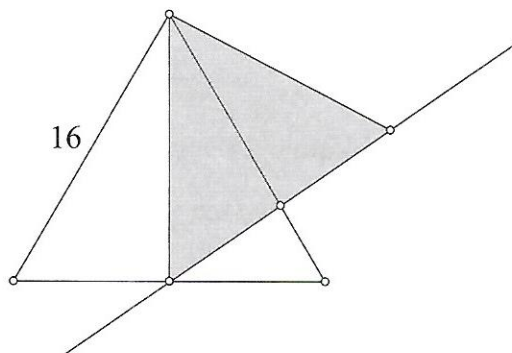
*Wskazówka: Skorzystaj ze wzoru na pole trójkąta  $P = pr$ , gdzie  $p$  jest połową obwodu trójkąta, a  $r$  długością promienia okręgu wpisanego w trójkąt.*

**Zadanie 21.** Dany jest trójkąt równoramienny  $ABC$  o bokach długości  $|AC| = |BC| = \sqrt{3}$  i  $|AB| = 2$ . Oblicz długość promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.

**Zadanie 22.**

Zamalowany trójkąt jest równoboczny o boku długości równej wysokości trójkąta równobocznego o boku  $16$ .

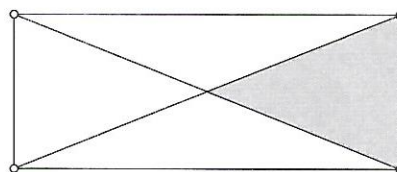
Oblicz pole zamalowanego trójkąta.



**Zadanie 23.**

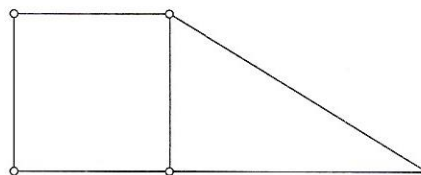
W prostokącie o przekątnych długości  $20$  i przecinających się pod kątem  $30^\circ$  jeden z powstałych trójkątów zamalowano.

Oblicz pole zamalowanego trójkąta oraz pole prostokąta.



**Zadanie 24.**

Trapez prostokątny składa się z kwadratu o boku długości  $8$  i trójkąta prostokątnego o kącie przy dolnej podstawie trapezu równym  $30^\circ$ . Oblicz pole i obwód tego trapezu.



**Zadanie 25.** Suma pól kwadratów takich, że długość boku jednego jest równa długości przekątnej drugiego wynosi  $441$ . Długość boku większego kwadratu jest równa

- A.  $7\sqrt{3}$ .                      B.  $7\sqrt{6}$ .                      C.  $21$ .                      D.  $\frac{21\sqrt{2}}{2}$ .

## ODPOWIEDZI

- |                                      |                                    |                       |                |
|--------------------------------------|------------------------------------|-----------------------|----------------|
| 1. D                                 | 2. A                               | 3. $72^\circ$         | 4. C           |
| 5. D                                 | 6. A                               | 7. $75^\circ$         | 8. $115^\circ$ |
| 9. $55^\circ, 35^\circ, 90^\circ$    | 10. $70^\circ, 55^\circ, 55^\circ$ | 11. 12 i 3            | 12. 11         |
| 13. 5                                | 14. B                              | 15. $39^\circ$        | 16. 15         |
| 17. 270                              | 18. D                              | 19. $25 \text{ cm}^2$ | 20. B          |
| 21. $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{2}$ | 22. $48\sqrt{3}$                   |                       |                |
| 23. pole trójkąta = 25               | pole prostokąta = 100              |                       |                |
| 24. pole = $32(2 + \sqrt{3})$        | obwód = $40 + 8\sqrt{3}$           | 25. B                 |                |