

ZADANIA**Zadanie P10.1.**

Udowodnij następujące wzory:

$$r = \frac{ab \sin \gamma}{a + b + c} = \frac{ac \sin \beta}{a + b + c} = \frac{bc \sin \alpha}{a + b + c}.$$

Zadanie P10.2.

Oblicz długość promienia koła wpisanego w trójkąt ABC o bokach długości 7, 24, 25.

Zadanie P10.3.

Niech Z będzie punktem styczności okręgu wpisanego w trójkąt ABC z jego bokiem AB . Wyznacz $|AZ|$ w zależności od długości boków tego trójkąta.

Zadanie P10.4.

Wykaż, że promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny ABC o przyprostokątnych a , b i przeciwprostokątnej c wyraża się wzorem

$$r = \frac{a + b - c}{2}.$$

Zadanie P10.5.

Wyznacz długość CD w trójkącie ABC wiedząc, że punkt D należy do boku AB i do dwusiecznej kąta ACB oraz $|AC| = 4$, $|BC| = 8$, $|\sphericalangle ACB| = 60^\circ$.

Zadanie P10.6.

Wyznacz długości boków trójkąta, w którym $r = 2$, $R = 5$, $h_a = 6$, gdzie h_a jest wysokością trójkąta opuszczoną na bok a .

Zadanie P10.7.

Udowodnij, że w dowolnych trójkącie $\frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$, gdzie h_a , h_b , h_c są wysokościami trójkąta opuszczonymi na boki odpowiednio a , b , c .

Zadanie P10.8.

Pole trójkąta ABC wynosi 16. Środkowe mają długości $|AD| = 6$, $|BE| = 4$. Udowodnij, że środkowe AD i BE są prostopadłe.