

## Zestaw B. Zadania zamknięte

↑ odpowiedzi  
- s. 176

Wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1.** (1 pkt)

Liczba  $\frac{128 \cdot 12^{2\sqrt{3}+3}}{16^{\sqrt{3}+4} \cdot 9^{\sqrt{3}+2}}$  jest równa:

- A.  $\frac{1}{12}$ ,                      B.  $\frac{1}{18}$ ,                      C.  $\frac{1}{24}$ ,                      D.  $\frac{1}{36}$ .

**Zadanie 2.** (1 pkt)

Punkt  $(-2, 2)$  należy do wykresu funkcji wykładniczej  $f(x) = a^x$ . Do wykresu tej funkcji należy też punkt:

- A.  $(6, \frac{1}{4})$ ,                      B.  $(6, \frac{1}{8})$ ,                      C.  $(8, \frac{1}{8})$ ,                      D.  $(8, \frac{1}{32})$ .

**Zadanie 3.** (1 pkt)

Zbiorem wartości funkcji  $f(x) = \frac{1}{0,6^{|x|}}$  jest przedział:

- A.  $\langle 0,6; \infty \rangle$ ,                      B.  $\langle 1; \infty \rangle$ ,                      C.  $(0; 0,6)$ ,                      D.  $(0; 1)$ .

**Zadanie 4.** (1 pkt) CKE 2015

Funkcja  $f$  jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem  $f(x) = 3^{x-2} + 3$ . Prosta  $l$  ma równanie  $y = 3,3$ . Ile punktów wspólnych mają wykres funkcji  $f$  i prosta  $l$ ?

- A. Zero.                      B. Jeden.                      C. Dwa.                      D. nieskończenie wiele.

**Zadanie 5.** (1 pkt)

Równość  $\log_{\sqrt{2}}(2 + \log_2 p) = 0$  jest spełniona dla pewnej liczby  $p$  należącej do przedziału:

- A.  $\langle \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \rangle$ ,                      B.  $\langle \frac{3}{4}; \frac{5}{4} \rangle$ ,                      C.  $\langle \frac{5}{4}; \frac{7}{4} \rangle$ ,                      D.  $\langle \frac{7}{4}; \frac{9}{4} \rangle$ .

**Zadanie 6.** (1 pkt)

Jeśli  $a = \log_2 3$  i  $b = \log_2 5$ , to  $\log_2 13\frac{8}{9}$  jest równy:

- A.  $3a + 2b$ ,                      B.  $3b + 2a$ ,                      C.  $3a - 2b$ ,                      D.  $3b - 2a$ .

**Zadanie 7.** (1 pkt)

Jeśli  $\log_3 2 = m$ , to wartość wyrażenia  $\log_{\sqrt{2}} 3 + \log_4 9$  jest równa:

- A.  $\frac{3}{m}$ ,                      B.  $\frac{2}{m}$ ,                      C.  $\frac{3m}{2}$ ,                      D.  $\frac{2m}{3}$ .

**Zadanie 8.** (1 pkt)

Suma kwadratów liczb będących miejscami zerowymi funkcji  $f(x) = \log_{2\sqrt{2}}(|x| - 2)$  jest równa:

- A. 4,                      B. 8,                      C. 16,                      D. 18.

**Zadanie 9.** (1 pkt)

Ile dodatnich liczb naturalnych należy do zbioru wartości funkcji  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(|x| + \frac{1}{16})$ ?

- A. 2                      B. 4                      C. 8                      D. 16

## Zestaw C. Zadania z kodowaną odpowiedzią

odpowiedzi  
- s. 176

Zakoduj wynik w kratkach umieszczonych obok polecenia.

**Zadanie 1.** (2 pkt)Dana jest liczba  $a = (3^{-0,5} + 9^{-0,25})^{0,5} : (\frac{1}{6})^{-0,5}$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby  $a$ .**Zadanie 2.** (2 pkt)Punkt  $(8, \frac{1}{625})$  należy do wykresu funkcji wykładniczej  $f(x) = a^x$ . Oblicz wartość funkcji  $f$  dla argumentu  $x = -8\frac{1}{2}$ . Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności otrzymanej liczby.**Zadanie 3.** (2 pkt) CKEOblicz  $\log_3 \sqrt[4]{27} - \log_3 (\log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{3}})$ . Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.**Zadanie 4.** (2 pkt)Znajdź liczbę  $a$  spełniającą warunek  $\log_{(a-\sqrt{3})} 3 = 2$ . Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.**Zadanie 5.** (2 pkt)Oblicz sumę odwrotności liczb  $a = \log_{\sqrt[3]{2}} 6$  i  $b = \log_{\sqrt[3]{3}} 6$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.**Zadanie 6.** (2 pkt)Wyznacz liczbę  $p$ , dla której spełniona jest równość:

$$\log_9 (\log_8 (\log_{\frac{1}{6}} p)) = -\frac{1}{2}$$

Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby  $p$ .**Zadanie 7.** (2 pkt)Liczby  $x_1$  i  $x_2$  są miejscami zerowymi funkcji  $f(x) = |\log_{\sqrt{6}} 10x| - 1$ . Oblicz sumę  $x_1 + x_2$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.**Zadanie 8.** (2 pkt)Ile liczb całkowitych należy do dziedziny funkcji  $f(x) = \log(1000 - \frac{3}{8}x^2)$ ? Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.

## Zestaw D. Zadania otwarte

odpowiedzi  
i modele  
- s. 176

**Zadanie 1.** (5 pkt)

Naszkcuj wykresy funkcji  $f(x) = 2^x$  i  $g(x) = |f(x-3) - 4|$ . Podaj wartość najmniejszą i wartość największą funkcji  $g$  w przedziale  $\langle 3; 6 \rangle$ .

**Zadanie 2.** (5 pkt)

Wyznacz liczbę rozwiązań równania  $\left| \frac{3^{x+1} - 1}{3^x} \right| = m$  w zależności od parametru  $m$ .

**Zadanie 3.** (4 pkt)

Liczby  $3^x + \frac{2}{9}$ ,  $3^x$ ,  $3^{x-1}$  są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz  $x$ .

**Zadanie 4.** (5 pkt)

Oblicz wartość funkcji  $f(x) = |2^{x-1} - 3|$  dla argumentu  $x_0 = \log_2 5 + \log_2 5 \cdot \log_5 2$ . Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości większe od  $f(x_0)$ ?

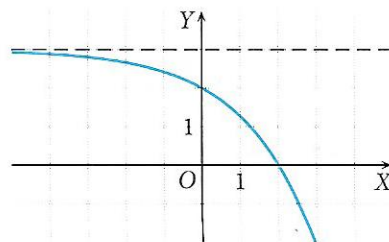
**Zadanie 5.** (4 pkt)

Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji:

$$f(x) = -a^x + 3$$

Wyznacz  $a$  i naszkicuj wykres funkcji:

$$g(x) = a^{|x-1|}$$

**Zadanie 6.** (3 pkt)

Naszkcuj wykres funkcji  $f(x) = \log_3(3x + 3)$ . Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości mniejsze od 2?

**Zadanie 7.** (3 pkt) CKE

Niech  $m = \log_{21} 7$ . Wykaż, że  $\log_7 27 = \frac{3(1-m)}{m}$ .

**Zadanie 8.** (4 pkt)

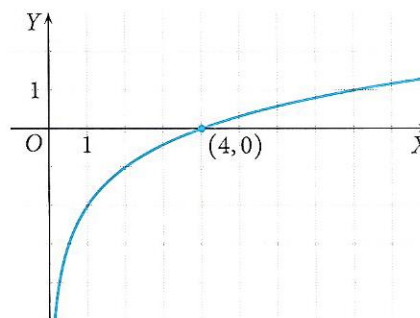
Uzasadnij nierówność  $\frac{1}{\log_3 4} + \log_8 4\sqrt{3} < 2$ .

**Zadanie 9.** (5 pkt)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji:

$$f(x) = a + \log_p x$$

- Wyznacz  $a$  i  $p$ .
- Naszkcuj wykres funkcji  $g(x) = |f(x+2)|$ .
- Dla jakich argumentów funkcja  $g$  przyjmuje wartości większe od 1?

**Zadanie 10.** (4 pkt)

Wyznacz dziedzinę oraz miejsca zerowe funkcji  $f(x) = \log_{0,4} \frac{x+3}{6-x}$ .



**Zadanie 11.** (4 pkt)

Liczby  $\log 2$ ,  $\log(x+2)$ ,  $\log(x+6)$  są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Oblicz  $x$ .

**Zadanie 12.** (5 pkt)

Zaznacz w układzie współrzędnych zbiór par  $(x, y)$  spełniających równanie  $\log_2 |y| = 2 - \log_2 x$ .

**Zadanie 13.** (3 pkt)

Rozwiąż równanie  $\log_2(3 - 2\log_9 x) = 1$ .

**Zadanie 14.** (4 pkt)

Wykaż, że jeśli  $8^x = 27$  i  $y = -\log_4 9$ , to  $2^{x-2y} = 27$ .

**Zadanie 15.** (4 pkt)

Dana jest funkcja  $f(x) = \log\left(\frac{1}{2}x^2 + (m+1)x - m - 1\right)$ . Dla jakich wartości parametru  $m$  dziedziną tej funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych?

**Zadanie 16.** (4 pkt)

Wyznacz wartości parametru  $m$ , dla których funkcja  $f(x) = \log_{\frac{m+1}{m}} x$  jest malejąca.

**Zadanie 17.** (3 pkt)

Oblicz  $\log_{ab} 4$ , jeżeli  $\log_a 4 = 3$  oraz  $\log_b 4 = 8$ .

**Zadanie 18.** (3 pkt)

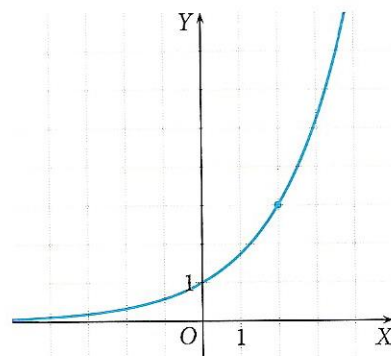
Wyznacz wartość parametru  $a$ , dla której równanie  $2x^2 + 2x - \log_2 a = 0$  ma dokładnie jedno rozwiązanie.

**Zadanie 19.** (4 pkt) CKE

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji wykładniczej  $f(x) = a^x$  dla  $x \in \mathbf{R}$ .

a) Oblicz  $a$ .

b) Narysuj wykres funkcji  $g(x) = |f(x) - 2|$  i podaj wszystkie wartości parametru  $m \in \mathbf{R}$ , dla których równanie  $g(x) = m$  ma dokładnie jedno rozwiązanie.

**Zadanie 20.** (5 pkt)

Wyznacz dziedzinę funkcji  $f(x) = \log_{(2x+6)} \frac{x-3}{x+2}$ .

**Zadanie 21.** (5 pkt) CKE

Wyznacz dziedzinę i najmniejszą wartość funkcji  $f(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} (8x - x^2)$ .

19. a)  $f$  rosnąca dla  $m > -1$ , malejąca dla  $m \in (-\frac{3}{2}; -1)$   
 b)  $f$  rosnąca dla  $m \in (4; 5)$ , malejąca dla  $m > 5$
20. a)  $a = 2, p = 3, g(x) = -\log_2(x - 3) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$   
 b)  $a = \frac{1}{5}, p = -2, g(x) = \log_5(x + 2)$   
 c)  $a = \sqrt{2}, p = 1, g(x) = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}(x - 1)$
21. a)  $(-1, 0), (0, 1)$  b)  $(4, 0)$ , nie przecina osi  $OY$   
 c)  $(4, 0)$ , nie przecina osi  $OY$   
 d)  $(2, 0)$ , nie przecina osi  $OY$
22. a)  $x = -3, x = 1$  b)  $x = 1$  c)  $x = 1, x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$   
 d)  $x = \frac{1}{2}$
23. a)  $m > 0$  b)  $m > 2$  c)  $m > 1$  d)  $m < -1$
24. a)  $m > 1$  b)  $m \in (-1; -\frac{2}{3})$  c)  $m \in (0; 3)$   
 d)  $m \in (0; \frac{1}{27})$
25. a)  $f(x) = g(x)$  dla  $x = 1, x = 2,$   
 $f(x) < g(x)$  dla  $x \in (0; 1) \cup (2; \infty)$   
 b)  $f(x) = g(x)$  dla  $x = 1, x = 4,$   
 $f(x) < g(x)$  dla  $x \in (0; 1) \cup (4; \infty)$   
 c)  $f(x) = g(x)$  dla  $x = 1,$   
 $f(x) < g(x)$  dla  $x \in (0; 1)$   
 d)  $f(x) = g(x)$  dla  $x = 1, x = 4,$   
 $f(x) < g(x)$  dla  $x \in (1; 4)$
26. a)  $x = 18$  b)  $x = 5$  c)  $x = 1$  d)  $x = 5$

## Zestaw B – odpowiedzi

1. C 2. B 3. B 4. B 5. A 6. D 7. A 8. D 9. B

## Zestaw C – odpowiedzi

1. 438 ( $a = \frac{\sqrt[4]{3}}{3}$ )  
 2. 934 ( $f(-8\frac{1}{2}) = 625\sqrt[4]{5}$ )

3. 275 (2,75)  
 4. 346 ( $a = 2\sqrt{3}$ )  
 5. 333 ( $\frac{1}{3}$ )  
 6. 002 ( $p = \frac{1}{36}$ )  
 7. 285 ( $x_1 + x_2 = \frac{7\sqrt{6}}{60}$ )  
 8. 103

## Zestaw D – odpowiedzi

1. wartość najmniejsza 0, wartość największa 4  
 2. 0 rozwiązań dla  $m \in (-\infty; 0)$ ,  
 1 rozwiązanie dla  $m \in \{0\} \cup (3; \infty)$ ,  
 2 rozwiązania dla  $m \in (0; 3)$   
 3.  $x = -2$   
 4.  $f(x_0) = 2, x \in (-\infty; 1) \cup (\log_2 10; \infty)$   
 5.  $a = \sqrt{3}$   
 6.  $x \in (-1; 2)$   
 9. a)  $a = -2, p = 2$  c)  $x \in (-2; 0) \cup (6; \infty)$   
 10.  $D = (-3; 6), x = \frac{3}{2}$   
 11.  $x = 2$   
 13.  $x = 3$   
 15.  $m \in (-3; -1)$   
 16.  $m \in (-\infty; -1)$   
 17.  $\frac{24}{11}$   
 18.  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 19. a)  $a = \sqrt{3}$  b)  $m \in \{0\} \cup (2; \infty)$   
 20.  $D = (-3; -\frac{5}{2}) \cup (-\frac{5}{2}; -2) \cup (3; \infty)$   
 21.  $D = (0; 8)$ , wartość najmniejsza  $-8$