

## Zestaw B. Zadania zamknięte

Wybierz i zaznacz poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1.** (1 pkt)Wykres funkcji  $f(x) = \frac{-3}{x-4} + 2$  przesunięto o wektor  $[-3, -4]$ . Środkiem symetrii otrzymanej hiperboli jest punkt:

- A.  $(-4, 2)$ ,                      B.  $(-7, -2)$ ,                      C.  $(1, -2)$ ,                      D.  $(4, 2)$ .

**Zadanie 2.** (1 pkt)Funkcja  $f(x) = \frac{6x-2k}{4x+3}$  nie jest funkcją homograficzną dla pewnej liczby  $k$  należącej do przedziału:

- A.  $(-3\frac{1}{2}; -2\frac{1}{2})$ ,                      B.  $(-2\frac{1}{2}; -1\frac{1}{2})$ ,                      C.  $(-1\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$ ,                      D.  $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ .

**Zadanie 3.** (1 pkt)Ile liczb całkowitych należy do zbioru wartości funkcji  $f(x) = \frac{6}{|x|+2}$ ?

- A. 2                                      B. 3                                      C. 6                                      D. 12

**Zadanie 4.** (1 pkt)Ile punktów wspólnych ma prosta  $y = x$  z wykresem funkcji  $f(x) = \left| \frac{2-2x}{x-4} \right|$ ?

- A. 1                                      B. 2                                      C. 3                                      D. 4

**Zadanie 5.** (1 pkt)Dane są funkcje  $f(x) = x^2 + q$  i  $g(x) = \frac{(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 5x + 6)}{x^4 - 13x^2 + 36}$ . Wykresy funkcji  $f$  i  $g$  nie mają punktów wspólnych dla:

- A.  $q \in \{-9, -4\}$ ,                      B.  $q \in \{-8, -3\}$ ,                      C.  $q \in \{-6, -4\}$ ,                      D.  $q \in \{-4, -2\}$ .

**Zadanie 6.** (1 pkt)Dla której z podanych liczb wyrażenie  $\frac{2x^2 - 7x + 6}{x - 2}$  przyjmuje najmniejszą wartość?

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ,                                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,                                      C.  $\sqrt{2}$ ,                                      D.  $2\sqrt{2}$ .

**Zadanie 7.** (1 pkt)Ile rozwiązań ma równanie  $\frac{2x^3 - 2x^2 + 4x}{x^3 - 25x} = \frac{x-1}{x-5}$ ?

- A. 0                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 3

**Zadanie 8.** (1 pkt)Ile liczb całkowitych spełnia nierówność  $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 11x + 28} \leq 0$ ?

- A. 10                                      B. 9                                      C. 8                                      D. 7

## Zestaw C. Zadania z kodowaną odpowiedzią

↑ odpowiedzi  
- s. 160

Zakoduj wynik w kratkach umieszczonych obok polecenia.

**Zadanie 1.** (2 pkt)Wykres funkcji  $f(x) = \frac{-2x+3}{6x-5} + 3$  ma asymptoty: pionową  $x = p$  i poziomą  $y = q$ . Wyznacz iloczyn  $p \cdot q$ . Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.**Zadanie 2.** (2 pkt)Wykres funkcji  $g(x) = \frac{x+2}{3x-3}$  powstał przez przesunięcie wykresu funkcji  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  o wektor  $[a, b]$ . Zakoduj cyfrę jedności i dwie pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby  $a + b$ .**Zadanie 3.** (2 pkt)Liczby  $x_1, x_2$ , gdzie  $x_1 < x_2$ , spełniają równanie  $\frac{2x-3}{x+1} - \frac{1}{x-1} = 1$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby  $x_1$ .**Zadanie 4.** (2 pkt)Zbiór  $A$  jest zbiorem liczb spełniających równanie  $\frac{(16x^2-9)(x^2-2x-3)}{16x^2-24x+9} = 0$ . Wyznacz średnią arytmetyczną liczb należących do zbioru  $A$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.**Zadanie 5.** (2 pkt)Oblicz najmniejszą liczbę naturalną  $n$  spełniającą nierówność  $\left| \frac{3n+4}{4n+5} - \frac{3}{4} \right| < \frac{1}{3600}$ . Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby  $n$ .**Zadanie 6.** (2 pkt)Wyznacz wartość parametru  $p$ , dla której zbiorem rozwiązań nierówności  $\frac{3}{5} - \frac{1}{x} > 7p$  jest przedział  $(-1; 0)$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby  $p$ .**Zadanie 7.** (2 pkt)Liczba  $n$  jest najmniejszą liczbą naturalną, dla której liczba  $\frac{n}{150}$  należy do zbioru rozwiązań nierówności  $\frac{x^2-9}{x^2-2} < 0$ . Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby  $n$ .**Zadanie 8.** (2 pkt)Liczba  $n$  jest największą liczbą naturalną, która spełnia nierówność  $\frac{2x^2-9x+6}{x^2-6x+9} < 1$ . Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku liczby  $\frac{n}{\sqrt{99}}$ .

## Zestaw D. Zadania otwarte

**Zadanie 1.** (4 pkt)

Rozwiąż nierówność  $f(x+1) < f(x)$ , gdzie  $f(x) = 1 - \frac{2}{x-1}$ .

**Zadanie 2.** (7 pkt)

Wyznacz zbiór  $A' \cap B'$ , wiedząc, że:

$$A = \left\{ x \in \mathbf{R} : \frac{x+10}{x} < 3 \right\}, B = \{ x \in \mathbf{R} : x^3 + 10x^2 \leq x^4 - 8x \}$$

**Zadanie 3.** (5 pkt)

Wykres funkcji  $f$  otrzymano przez przesunięcie hiperboli o równaniu  $y = \frac{3}{2x}$ . Asymptotami tego wykresu są proste  $x = a$  oraz  $y = b$ , gdzie  $a = \log_{\sqrt{3}} \left( \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27} \right)$  oraz  $b = \log_2 3 \cdot \log_3 8$ . Podaj wzór funkcji  $f$  i wyznacz jej miejsce zerowe.

**Zadanie 4.** (5 pkt)

Asymptotą pionową wykresu funkcji  $f(x) = \frac{2x+a}{x+b}$  jest prosta  $x = -1$ .

a) Oblicz  $b$  i podaj równanie asymptoty poziomej wykresu funkcji  $f$ .

b) Oblicz  $a$ , jeżeli wykres funkcji  $f$  otrzymano przez przesunięcie wykresu funkcji  $g(x) = \frac{2}{x}$ .

**Zadanie 5.** (4 pkt)

Iloczyn liczb  $x$  i  $y$  jest o 2 większy od ich sumy. Przedstaw  $y$  jako funkcję zmiennej  $x$ . Podaj dziedzinę tej funkcji i jej zbiór wartości.

**Zadanie 6.** (5 pkt)

Funkcja  $f$  dana jest wzorem  $f(x) = \left| \frac{4}{x} - p \right|$ .

a) Naszkicuj wykres funkcji  $f$  dla  $p = 2$  oraz odczytaj z niego rozwiązania równania  $f(x) = 2$ .

b) Wykaż, że równanie  $\left| \frac{4}{x} - p \right| = p$  ma dokładnie jedno rozwiązanie dla dowolnej liczby  $p > 0$ .

**Zadanie 7.** (5 pkt)

Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji:

$$f(x) = \frac{3x+a}{x+b}$$

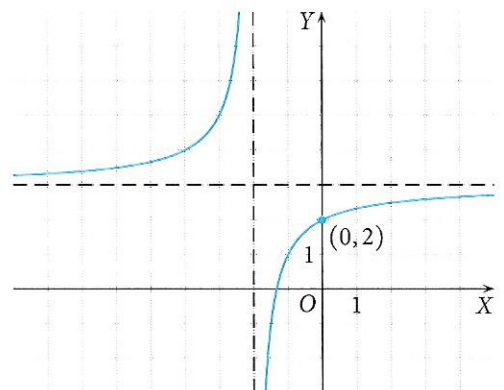
a) Oblicz  $a$  i  $b$ .

b) Rozwiąż nierówność  $f(x) < f(x-1)$ .

**Zadanie 8.** (4 pkt)

Dana jest funkcja  $f(x) = 2 - \frac{4}{x}$ . Rozwiąż nierówność

$$\frac{f(x+1)}{f(x-1)} > 0.$$



**Zadanie 9.** (4 pkt)

Naszkicuj wykres funkcji  $f(x) = \frac{12}{|x|+2} - 3$ . Wyznacz wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $f(x) = m^2$  ma dwa rozwiązania.

**Zadanie 10.** (6 pkt)

Naszkicuj wykresy funkcji  $f(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2 - 3x + 2}$  oraz  $g(x) = \frac{|f(x)|}{f(x)}$  i podaj ich zbiory wartości.

**Zadanie 11.** (4 pkt)

Naszkicuj wykresy funkcji  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 9x + 9}{x^2 + 2x - 3}$  i  $g(x) = f(x) + |f(x)|$ .

**Zadanie 12.** (5 pkt)

Wyznacz wartości parametru  $m$ , dla których równanie  $|x + 3| = \frac{m}{m-4}$  ma dwa pierwiastki różnych znaków.

**Zadanie 13.** (5 pkt)

Wykres funkcji  $f(x) = \frac{8}{x}$  przesunięto o wektor  $\vec{u} = [-2, 1]$ . Wykaż, że tak otrzymana hiperbola ma dokładnie jeden punkt wspólny z parabolą o równaniu  $y = x^2 + 4x + 5$ .

**Zadanie 14.** (5 pkt)

Funkcja  $f$  dana jest wzorem  $f(x) = \frac{ax + b}{x + c}$ .

a) Wyznacz współczynniki  $a$ ,  $b$  i  $c$ , jeżeli wykres funkcji  $f$  jest symetryczny do wykresu funkcji  $g(x) = \frac{2x + 4}{x + 3}$  względem prostej  $y = 2$ .

b) Rozwiąż równanie  $f(x) - g(x) = 2$ .

**Zadanie 15.** (6 pkt)

Funkcja  $f$  przyporządkowuje liczbie  $m$  sumę odwrotności dwóch różnych pierwiastków równania  $mx^2 - 2mx + m - 2 = 0$ .

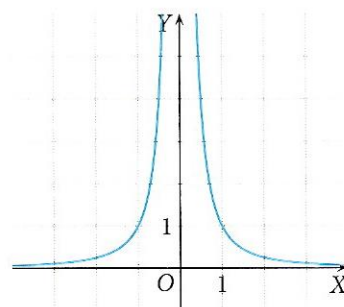
a) Wyznacz dziedzinę i naszkicuj wykres funkcji  $f$ .

b) Dla jakich wartości parametru  $m$  funkcja  $f$  przyjmuje wartości większe od 4?

**Zadanie 16.** (5 pkt)

Punkty  $P$  i  $Q$  o tej samej rzędnej należą do wykresu funkcji  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  (rysunek obok). Punkt  $R$  należy do prostej  $y = -4$ .

Wykaż, że pole trójkąta  $PQR$  jest większe lub równe 4.

**Zadanie 17.** (7 pkt)

Wykresy funkcji  $f(x) = \frac{4}{x}$  i  $g(x) = ax^2 - b$  przecinają się w punktach  $A$  i  $B$ . Punkt  $S(\frac{1}{2}, -1)$  jest środkiem odcinka  $AB$ .

a) Oblicz współrzędne punktów  $A$  i  $B$  oraz współczynniki  $a$  i  $b$ .

b) Z wykresów funkcji  $f$  i  $g$  odczytaj rozwiązania nierówności  $f(x) \geq g(x)$ .

12. a) 3 b) 2
13. a)  $m \leq 0$  b)  $m < -\frac{1}{8}$  c)  $m > 1$  d)  $m \in \langle 0; 4 \rangle$
14. a)  $m = 0$  b)  $m < 0$  c)  $m \in (-2; 2)$
15. a)  $m = -3$  b)  $m = 1$  c)  $m = -12$
16.  $m \in (-\frac{2}{3}; 0)$
17.  $m \in (-\infty; -4) \cup (-\frac{1}{2}; 0)$
18.  $m = -2$
19. a)  $x \in \left\{ \frac{1-\sqrt{17}}{4}, \frac{1+\sqrt{17}}{4} \right\}$  b)  $x \in \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$   
 c)  $x = \frac{9}{4}$  d)  $x \in \{1, 5\}$
20. a)  $x \in (-4; 1)$   
 b)  $x \in \langle -4; -2 \rangle \cup \langle -2; 0 \rangle \cup \langle 2; \infty \rangle$   
 c)  $x \in (0; \frac{1}{2})$  d)  $x \in (\frac{1}{2}; 2)$
21. a)  $x \in (-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}; 1)$   
 b)  $x \in (-\infty; \frac{23}{4}) \cup (\frac{33}{4}; \infty)$   
 c)  $x \in \langle -\frac{5}{2}; -1 \rangle \cup (1; \frac{5}{2})$
22. a)  $x \in (3; 4) \cup (4; 7)$   
 b)  $x \in (-\infty; -6) \cup \langle -3; \infty \rangle$   
 c)  $x \in (-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup (2; 3)$
23. a)  $x = 4$  b)  $x = 6$   
 c)  $x = -2$  d)  $x = \frac{1}{4}$
24. a)  $x \in (-\infty; -1)$   
 b)  $x \in (-\infty; -2) \cup (1; 3)$   
 c)  $x \in (-\infty; 0) \cup (1; 2)$   
 d)  $x \in (-2; 0) \cup (1; \infty)$

## Zestaw B – odpowiedzi

1. C 2. B 3. B 4. C 5. B 6. A 7. B 8. A

## Zestaw C – odpowiedzi

1. 222 ( $pq = \frac{20}{9}$ )
2. 233 ( $a + b = 2\frac{1}{3}$ )
3. 550 ( $x_1 = 3 - \sqrt{6}$ )
4. 416 ( $\frac{5}{12}$ )
5. 224
6. 228 ( $p = \frac{8}{35}$ )
7. 213 ( $n = 213$ )
8. 201 ( $n = 2$ )

## Zestaw D – odpowiedzi

1.  $x \in (0; 1)$
2.  $A' \cap B' = (0; 4)$
3.  $f(x) = \frac{6x-9}{2(x-2)}$ ,  $f(\frac{3}{2}) = 0$
4. a)  $b = 1$ ,  $y = 2$  b)  $a = 4$
5.  $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ ,  $D = \mathbf{R} \setminus \{1\}$ ,  $f(D) = \mathbf{R} \setminus \{1\}$
6. a)  $x = 1$
7. a)  $a = 4$ ,  $b = 2$  b)  $x \in (-2; -1)$
8.  $x \in (-\infty; -1) \cup (3; \infty)$
9.  $m \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3})$
10.  $f(D) = \mathbf{R} \setminus \{4, 5\}$ ,  $g(D) = \{-1, 1\}$
12.  $m \in (4; 6)$
14. a)  $a = 2$ ,  $b = 8$ ,  $c = 3$  b)  $x = -1$
15. a)  $D = (0; 2) \cup (2; \infty)$  b)  $m \in (2; 4)$
17. a)  $A(-1, -4)$ ,  $B(2, 2)$ ,  $a = 2$ ,  $b = 6$   
 b)  $x \in \{-1\} \cup (0; 2)$