

- 9.51.** Podstawą ostrosłupa prostego  $ABCD$  jest trójkąt prostokątny  $ABC$ , w którym mamy dane:  $|\angle C| = 90^\circ$ ,  $|AC| = |BC|$ ,  $|AB| = c$ . Przez przeciwprostokątną  $AB$  i środek  $M$  przeciwległej krawędzi bocznej poprowadzono płaszczyznę i otrzymano przekrój ostrosłupa, którego pole jest równe  $P$ . Oblicz pole ściany bocznej  $ABD$  tego ostrosłupa.
- **9.52.** W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym poprowadzono przekrój płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej krawędzi bocznej tego ostrosłupa. Wykaż, że płaszczyzna przekroju podzieliła wysokość ostrosłupa na odcinki, których długości pozostają w stosunku  $3 : 1$ , licząc od wierzchołka ostrosłupa.
- 9.53.** Na płaszczyźnie leżą cztery identyczne kule o promieniu  $R$ , z których każda jest styczna do dwóch sąsiednich kul. Na tej płaszczyźnie leży też piąta kula, która jest styczna do czterech kul o promieniu  $R$ . Wyznacz promień piątej kuli.
- **9.54.** Trójkąt ostrokątny równoramienny obracamy dookoła prostej przechodzącej przez wierzchołek trójkąta i równoległej do podstawy. Objętość otrzymanej bryły oznaczamy przez  $V_1$ , a pole powierzchni całkowitej przez  $P_1$ . Następnie ten sam trójkąt obracamy dookoła podstawy. Objętość otrzymanej w tym przypadku bryły oznaczamy przez  $V_2$ , a pole powierzchni całkowitej przez  $P_2$ .
- a) Oblicz  $\frac{V_2}{V_1}$ .
- b) Wykaż, że  $\sqrt{2} - 1 < \frac{P_2}{P_1} < 1$ .
- 9.55.** W trapez prostokątny o kącie ostrym o mierze  $30^\circ$  można wpisać okrąg o promieniu  $r$ . Trapez ten obraca się wokół prostej zawierającej jego krótsze ramię. Oblicz objętość otrzymanej bryły obrotowej.
- 9.56.** Stożek i walec mają podstawy o takim samym promieniu oraz mają takie same wysokości. Pole powierzchni całkowitej stożka jest równe polu powierzchni bocznej walca. Oblicz cosinus kąta rozwarcia stożka.
- 9.57.** W stożek o wysokości 8 wpisano kulę o promieniu 3. Oblicz odległość punktów styczności kuli z powierzchnią boczną stożka od płaszczyzny podstawy tego stożka.
- 9.58.** Rozpatrujemy stożki o tworzącej  $l$ . Wyznacz sinus kąta rozwarcia stożka o największej objętości.
- **9.59.** W stożek wpisano walec o największej możliwej objętości. Wykaż, że stosunek objętości tego walca do objętości stożka jest równy  $4 : 9$ .
- 9.60.** Na kuli o promieniu  $R$  opisujemy stożki. Wyznacz wysokość stożka o najmniejszej objętości.
- 9.61.** W kulę o promieniu  $R$  wpisujemy walce (tzn. okręgi w podstawach każdego walca należą do sfery wyznaczającej kulę). Wyznacz promień podstawy  $r$  i wysokość  $h$  walca o największej powierzchni bocznej.
- 9.62.** Prostopadłościan, którego podstawą jest kwadrat o boku długości 10 i którego wysokość jest równa 4, przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną dolnej podstawy. Płaszczyzna przekroju przechodzi też przez górną podstawę prostopadłościanu. Przy jakim położeniu płaszczyzny pole przekroju jest największe? Podaj, w jakim stosunku płaszczyzna przekroju dzieli przekątną górnej podstawy.