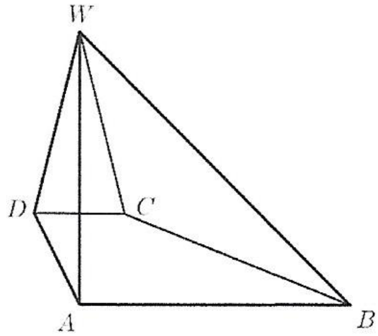
b) Podaj, w jakim zakresie mogą zmieniać się kąty α, β_1, β_2.

9.42. W czworościanie trzy krawędzie wychodzące z tego samego wierzchołka są parami prostopadłe i mają jednakową długość, równą $\sqrt{2}$. Oblicz odległość tego wierzchołka od przeciwległej ściany czworościanu.

9.43. Dany jest nieskończony ciąg czworościanów foremnych. Każdy z czworościanów (oprócz pierwszego) ma wierzchołki w punktach będących środkami ciężkości ścian poprzedniego czworościanu. Oblicz stosunek sumy objętości wszystkich tych czworościanów do objętości największego z nich.

■ **9.44.** Podstawą ostrosłupa *ABCDW* jest trapez prostokątny *ABCD*, w którym $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $|AB| = 25$, $|AD| = 12$, $|CD| = 9$. Wysokość ostrosłupa jest krawędzią *AW*. Wykaż, że ściana boczna *WBC* jest trójkątem prostokątnym.



■ **9.45.** Podstawą ostrosłupa jest kwadrat. Wspólna krawędź dwóch ścian bocznych jest wysokością tego ostrosłupa. Dwie krawędzie boczne ostrosłupa są nachylone do płaszczyzny podstawy pod kątem 45°. Wykaż, że kąt między dwiema ścianami bocznymi, które nie są prostopadłe do płaszczyzny podstawy, jest równy 120°.

■ **9.46.** W ostrosłupie *ABCD* krawędź *AD* jest wysokością, $|AD| = |AB| = |AC|$ oraz $|\angle BAC| = \alpha$. Niech punkt *P* oznacza środek krawędzi *BD*, a punkt *Q* – środek krawędzi *DC* oraz $|\angle PAQ| = \beta$. Wykaż, że $2\cos\beta = \cos\alpha + 1$.

■ **9.47.** Podstawą ostrosłupa *ABCD* jest trójkąt prostokątny *ABC*, $|\angle C| = 90°$. Ściana boczna *ABD* jest przystająca do trójkąta *ABC*, $|BC| = |BD|$, $|AC| = |AD|$ i prostopadła do płaszczyzny podstawy. Oznaczamy $|\angle CAD| = \alpha$ i $|\angle CBD| = \beta$. Wykaż, że $\cos\alpha + \cos\beta = 1$.

■ **9.48.** Dany jest sześcian $ABCDA_1B_1C_1D_1$ o krawędzi długości *a*. Przez punkty *B*, A_1, *D* prowadzimy płaszczyznę.
a) Oblicz pole otrzymanego przekroju.
b) Wykaż, że przekątna sześcianu poprowadzona z wierzchołka *A* jest prostopadła do płaszczyzny przekroju oraz punkt wspólny tej przekątnej i płaszczyzny przekroju dzieli przekątną w stosunku 1:2.

■ **9.49.** Dany jest sześcian o krawędzi długości *a*. Przekrój płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i odcinek łączący środki dwóch sąsiednich krawędzi przeciwległej podstawy jest trapezem równoramiennym. Wykaż, że pole tego trapezu jest równe $\frac{9}{8}a^2$.

9.50. Prostopadłościan, którego podstawą jest kwadrat o boku 6 cm, przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź dolnej podstawy. Płaszczyzna ta przecina prostą, łączącą środki symetrii podstaw w punkcie, którego odległość od podstawy dolnej jest równa 4 cm. Oblicz pole otrzymanego przekroju.