Procenty

Na prezentacji omówione zostaną zadania wykorzystujące procenty. Kilka takich zadań zrobiliśmy już na lekcji. Na końcu prezentacji są omówione przykłady z lokatami.

Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby y jest liczba x, dzielimy x przez y i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby y jest liczba x, dzielimy x przez y i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?

Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby y jest liczba x, dzielimy x przez y i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?
Rozwiązanie: $\frac{10}{25} \cdot 100\% = 40\%$

Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby y jest liczba x, dzielimy x przez y i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?
Rozwiązanie: $\frac{10}{25} \cdot 100\% = 40\%$

Przykład: jakim procentem liczby 10 jest liczba 25?

Przypomnienie

By obliczyć jakim procentem liczby y jest liczba x, dzielimy x przez y i wynik zamieniamy na procenty (mnożąc przez 100%).

Przykład: jakim procentem liczby 25 jest liczba 10?
Rozwiązanie: $\frac{10}{25} \cdot 100\% = 40\%$

Przykład: jakim procentem liczby 10 jest liczba 25?
Rozwiązanie: $\frac{25}{10} \cdot 100\% = 250\%$

Przykład 1

W szkole jest 160 uczniów. 90 to chłopcy. Jaki procent uczniów stanowią dziewczynki.

Przykład 1

W szkole jest 160 uczniów. 90 to chłopcy. Jaki procent uczniów stanowią dziewczynki.

Rozwiązanie 1: w szkole jest $160 - 90 = 70$ dziewczynek.
$\frac{70}{160} \cdot 100\% = 43.75\%$

Przykład 1

W szkole jest 160 uczniów. 90 to chłopcy. Jaki procent uczniów stanowią dziewczynki.

Rozwiązanie 1: w szkole jest $160 - 90 = 70$ dziewczynek.
$\frac{70}{160} \cdot 100\% = 43.75\%$

Rozwiązanie 2: $\frac{90}{160} \cdot 100\% = 56.25\%$ tyle procent stanowią chłopcy.
Dziewczynek będzie $100\% - 56.25\% = 43.75\%$

Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 + \frac{p}{100})$.

Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 + \frac{p}{100})$.

By zmniejszyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 - \frac{p}{100})$.

Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 + \frac{p}{100})$.

By zmniejszyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 - \frac{p}{100})$.

To jest absolutnie kluczowe. Często zadania z procentami rozwiązujemy układając różne proporcje itp. W szkole podstawowej uczy się wielu ciekawych metod.

Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 + \frac{p}{100})$.

By zmniejszyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 - \frac{p}{100})$.

To jest absolutnie kluczowe. Często zadania z procentami rozwiązujemy układając różne proporcje itp. W szkole podstawowej uczy się wielu ciekawych metod. Te powyższe zasady są jednak dla nas najważniejsze i głównie z nich będziemy korzystali.

Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 + \frac{p}{100})$.

By zmniejszyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 - \frac{p}{100})$.

To jest absolutnie kluczowe. Często zadania z procentami rozwiązujemy układając różne proporcje itp. W szkole podstawowej uczy się wielu ciekawych metod. Te powyższe zasady są jednak dla nas najważniejsze i głównie z nich będziemy korzystali.

Przykładowo jeśli coś wzrosło o 40% to znaczy, że pomnożyliśmy przez 1.4. Jeśli zmalało o 40%, to pomnożyliśmy przez 0.6.

Przypomnienie

By zwiększyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 + \frac{p}{100})$.

By zmniejszyć daną liczbę o $p\%$ mnożymy ją przez $(1 - \frac{p}{100})$.

To jest absolutnie kluczowe. Często zadania z procentami rozwiązujemy układając różne proporcje itp. W szkole podstawowej uczy się wielu ciekawych metod. Te powyższe zasady są jednak dla nas najważniejsze i głównie z nich będziemy korzystali.

Przykładowo jeśli coś wzrosło o 40% to znaczy, że pomnożyliśmy przez 1.4. Jeśli zmalało o 40%, to pomnożyliśmy przez 0.6.

Natomiast jeśli coś wzrosło o 4% to znaczy, że pomnożyliśmy przez 1.04. Jeśli zmalało o 4%, to pomnożyliśmy przez 0.96.

Ćwiczenie

Uzupełnij tabelkę o brakujące wartości.

cena początkowa	zmiana procentowa	cena końcowa
120	$+15\%$	
120	-15%	
	$+15\%$	207
	-15%	272
260		247
350		735
620		31
13		0

Tabelka uzupełniona na następnym slajdzie.

Ćwiczenie

cena początkowa	zmiana procentowa	cena końcowa
120	$+15\%$	138
120	-15%	82
180	$+15\%$	207
320	-15%	272
260	-5%	247
350	$+110\%$	735
620	-95%	31
13	-100%	0

Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

(2) Zwięszkamy od 15% czyli mnożymy przez 1.15.
$120 \cdot 1.15 = 138$.

Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

(2) Zwięszkamy od 15% czyli mnożymy przez 1.15.
$120 \cdot 1.15 = 138$.

(3) Zwiększyliśmy o 15% czyli pomnożyliśmy przez 1.15, czyli
$x \cdot 1.15 = 207$, a więc $x = \frac{207}{1.15} = 180$.

Ćwiczenie

Omówienie wierszy 2,3 i 5.

(2) Zwięszkamy od 15% czyli mnożymy przez 1.15.
$120 \cdot 1.15 = 138$.

(3) Zwiększyliśmy o 15% czyli pomnożyliśmy przez 1.15, czyli $x \cdot 1.15 = 207$, a więc $x = \frac{207}{1.15} = 180$.

(5) Pomnożyliśmy przez niewiadomą $m = (1 \pm \frac{p}{100})$, rozwiązujemy $260 \cdot m = 247$, stąd $m = 0.95$, wyznaczamy p, zmiejszyliśmy o 5%.

Przykład 2

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 20%, a później zmniejszono o 20%. O ile zmieniła się cena tego produktu?

Przykład 2

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 20%, a później zmniejszono o 20%. O ile zmieniła się cena tego produktu?

Cenę początkową oznaczmy przez x.

Przykład 2

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 20%, a później zmniejszono o 20%. O ile zmieniła się cena tego produktu?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Po podwyżce cena wynosiła $1.2 \cdot x$.

Przykład 2

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 20%, a później zmniejszono o 20%. O ile zmieniła się cena tego produktu?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Po podwyżce cena wynosiła $1.2 \cdot x$. Po obniżce $0.8 \cdot 1.2 \cdot x = 0.96x$.

Przykład 2

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 20%, a później zmniejszono o 20%. O ile zmieniła się cena tego produktu?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Po podwyżce cena wynosiła $1.2 \cdot x$.
Po obniżce $0.8 \cdot 1.2 \cdot x = 0.96x$.
Odpowiedź: cena zmalała o 4%.

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez x.

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 - \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który obniżono cenę.

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 - \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który obniżono cenę. Po podwyżce cena wynosiła $1.6 \cdot x$.

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 - \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który obniżono cenę. Po podwyżce cena wynosiła $1.6 \cdot x$. Po obniżce $m \cdot 1.6 \cdot x$.

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 - \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który obniżono cenę. Po podwyżce cena wynosiła $1.6 \cdot x$. Po obniżce $m \cdot 1.6 \cdot x$. Skoro cena wróciła do początkowej to:

$$m \cdot 1.6 \cdot x = x$$

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 - \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który obniżono cenę. Po podwyżce cena wynosiła $1.6 \cdot x$. Po obniżce $m \cdot 1.6 \cdot x$. Skoro cena wróciła do początkowej to:

$$m \cdot 1.6 \cdot x = x$$

Wyznaczamy dzieląc obie strony przez $1.6x$ i otrzymujemy $m = 0.625$. Stąd możemy policzyć p.

Przykład 3

Cenę pewnego produktu najpierw zwiększono o 60%, a później zmniejszono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zmniejszono cenę?

Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 - \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który obniżono cenę. Po podwyżce cena wynosiła $1.6 \cdot x$. Po obniżce $m \cdot 1.6 \cdot x$. Skoro cena wróciła do początkowej to:

$$m \cdot 1.6 \cdot x = x$$

Wyznaczamy dzieląc obie strony przez $1.6x$ i otrzymujemy $m = 0.625$. Stąd możemy policzyć p. Odpowiedź: cenę zmniejszono o 37.5%.

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez x.

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 + \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który podwyższono cenę.

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 + \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który podwyższono cenę. Po obniżce cena wynosiła $0.8 \cdot x$.

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 + \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który podwyższono cenę. Po obniżce cena wynosiła $0.8 \cdot x$. Po podwyżce $m \cdot 0.8 \cdot x$.

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 + \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który podwyższono cenę. Po obniżce cena wynosiła $0.8 \cdot x$. Po podwyżce $m \cdot 0.8 \cdot x$. Układamy równanie:

$$m \cdot 0.8 \cdot x = x$$

Wyznaczamy $m = 1.25$ (dzieląc obie strony przez $0.8x$).

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 + \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który podwyższono cenę. Po obniżce cena wynosiła $0.8 \cdot x$. Po podwyżce $m \cdot 0.8 \cdot x$. Układamy równanie:

$$m \cdot 0.8 \cdot x = x$$

Wyznaczamy $m = 1.25$ (dzieląc obie strony przez $0.8x$). Stąd możemy policzyć p.

Przykład 4

Cenę pewnego produktu najpierw zmniejszono o 20%, a później zwiększono tak, że cena wróciła do wyjściowej. O ile procent zwiększono cenę?

Rozwiązujemy analogicznie do poprzedniego. Cenę początkową oznaczmy przez x. Niech m oznacza $(1 + \frac{p}{100})$, gdzie p to procent, o który podwyższono cenę. Po obniżce cena wynosiła $0.8 \cdot x$. Po podwyżce $m \cdot 0.8 \cdot x$. Układamy równanie:

$$m \cdot 0.8 \cdot x = x$$

Wyznaczamy $m = 1.25$ (dzieląc obie strony przez $0.8x$). Stąd możemy policzyć p. Odpowiedź: cenę zwiększono o 25%.

Przykład 5

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 4 latach.

Przykład 5

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 4 latach.

Przez x oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę.

Przykład 5

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 4 latach.

Przez x oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę. Co roku ta suma wzrasta o 5% czyli mnożymy ją przez 1.05.

Przykład 5

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 4 latach.

Przez x oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę. Co roku ta suma wzrasta o 5% czyli mnożymy ją przez 1.05. W związku z tym po 4 latach będziemy mieli $(1.05)^4 \cdot x \approx 1.22x$, czyli będziemy mieli o 22% więcej pieniędzy.

Przykład 6

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Od odsetek musimy odprowadzić 19% podatku. Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 3 latach.

Przykład 6

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Od odsetek musimy odprowadzić 19% podatku. Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 3 latach.

Przez x oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę.

Przykład 6

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Od odsetek musimy odprowadzić 19% podatku. Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 3 latach.

Przez x oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę. Co roku ta suma najpierw wzrasta o 5%, ale od tych 5% musimy odprowadzić 19% podatku.

Przykład 6

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Od odsetek musimy odprowadzić 19% podatku. Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 3 latach.

Przez x oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę. Co roku ta suma najpierw wzrasta o 5%, ale od tych 5% musimy odprowadzić 19% podatku. W związku z tym rzeczywisty wzrost po roku to $5\% \cdot 0.81 = 4.05\%$. Czyli co roku zwiększamy naszą kwotę nie o 5%, ale o 4.05%.

Przykład 6

Wkładamy do banku pewną sumę pieniędzy. Lokata ma oprocentowanie 5% w skali roku (naliczane na koniec roku). Od odsetek musimy odprowadzić 19% podatku. Oblicz, o ile procent więcej pieniędzy będziemy mieli po 3 latach.

Przez x oznaczmy sumę pieniędzy włożoną na lokatę. Co roku ta suma najpierw wzrasta o 5%, ale od tych 5% musimy odprowadzić 19% podatku. W związku z tym rzeczywisty wzrost po roku to $5\% \cdot 0.81 = 4.05\%$. Czyli co roku zwiększamy naszą kwotę nie o 5%, ale o 4.05%. Po 3 latach będziemy mieli $(1.0405)^3 \cdot x \approx 1.13x$, czyli będziemy mieli o 13% więcej pieniędzy.

Na wejściówkę trzeba umieć rozwiązać zadania podobne do powyższych.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.