

6

ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

- zobacz dowód 179 **DOWÓD 198** **P** Wykaż, że dla każdego a należącego do liczb rzeczywistych $4a(a+5) \geq 8a-9$.
- zobacz dowód 180 **DOWÓD 199** **P** Wykaż, że dla każdego $a > 0$ prawdziwa jest nierówność $\frac{a^2+2}{a} \geq \frac{a+4}{2}$.
- zobacz dowód 181 **DOWÓD 200** **P** Wykaż, że wyrażenie $p^2 \leq \frac{p^4+1}{2}$ jest prawdziwe dla każdej liczby rzeczywistej p .
- zobacz dowód 182 **DOWÓD 201** **P** Wykaż, że wyrażenie $\sqrt{a+b} \geq \sqrt{2\sqrt{ab}}$ jest prawdziwe dla $a \in \mathbb{R}_+$ i $b \in \mathbb{R}_+$.
- zobacz dowód 183 **DOWÓD 202** **R** Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich k, l, m, n prawdziwa jest nierówność $k^2m^2 + l^2n^2 \leq \sqrt{k^4+l^4} \cdot \sqrt{m^4+n^4}$.
- zobacz dowód 184 **DOWÓD 203** **R** Wykaż, że nierówność $\sqrt[6]{\frac{a^6+b^6}{2}} \geq \sqrt[3]{\frac{a^3+b^3}{2}}$ jest spełniona przez wszystkie liczby rzeczywiste a i b .
- zobacz dowód 185 **DOWÓD 204** **P** Udowodnij, że dla dowolnych liczb x i y prawdziwa jest nierówność $10x^2 + 6xy + 2y^2 \geq 0$.
- zobacz dowód 186 **DOWÓD 205** **P** Wykaż, że dla dowolnych liczb a i b prawdziwa jest nierówność $a^2 + b^2 - 4a + 2b + 6 > 0$.
- zobacz dowód 187 **DOWÓD 206** **R** Wykaż, że dla dowolnych x i y wyrażenie $x^2 + y^2 \geq xy$ jest prawdziwe.
- zobacz dowód 188 **DOWÓD 207** **R** Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x nierówność $x^6 + x^4 + 2x^3 + x^2 + 2 > 0$ jest prawdziwa.
- zobacz dowód 189 **DOWÓD 208** **R** Udowodnij, że jeżeli $a + 2b \geq 0$, to prawdziwa jest nierówność $a^3 + 8b^3 \geq 2a^2b + 4ab^2$.
- zobacz dowód 190 **DOWÓD 209** **R** Wykaż, że dla $x \in (0; 1)$ prawdziwa jest nierówność $8(1 + 2\log_x 10) \leq \log \frac{1}{x}$.
- zobacz dowód 191 **DOWÓD 210** **R** Udowodnij, że jeśli $xy = 2$ oraz jeśli $x > 0$ i $y > 0$, to $(x+1)(y+2) \geq 8$.
- zobacz dowód 192 **DOWÓD 211** **R** Wykaż, że nierówność $\frac{a}{b}\left(1 + \frac{a}{b}\right) + \frac{b}{a}\left(1 + \frac{b}{a}\right) \geq 4$ jest spełniona dla wszystkich dodatnich liczb rzeczywistych a i b .
- zobacz dowód 193 **DOWÓD 212** **R** Uzasadnij, że jeżeli a, b, c są liczbami dodatnimi, to $\frac{2ab}{c} + \frac{2bc}{a} + \frac{2ac}{b} \geq 2a + 2b + 2c$.
- zobacz dowód 194 **DOWÓD 213** **R** Udowodnij, że jeśli $a + b + c = 1$, gdzie liczby a, b, c są dodatnie, to $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 9$.
- zobacz dowód 195 **DOWÓD 214** **R** Wykaż, że dla każdego $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+$ nierówność $\frac{(a+b)(b+c)(c+d)(a+d)(a+c)(b+d)}{\sqrt{abcd}} \geq 64abcd$.
- zobacz dowód 196 **DOWÓD 215** **R** Wykaż, że dla każdego $a, b, c \in \mathbb{R}$ nierówność $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$ jest prawdziwa.
- zobacz dowód 197 **DOWÓD 216** **R** Wykaż, że dla dowolnych liczb a i b , gdzie $a \neq b$, nierówność $\frac{2a^2 + 3ab + 5b^2}{a^2 - ab + b^2} \geq 1$ jest prawdziwa.