

1

ZADANIA DO SAMODZIELNEGO WYKONANIA

- zobacz dowód 1 **DOWÓD 37** **P** Wykaż, że suma pięciu kolejnych liczb nieparzystych jest podzielna przez 5.
- zobacz dowód 2 **DOWÓD 38** **P** Wykaż, że suma czterech kolejnych liczb podzielnych przez 3 jest podzielna przez 6.
- zobacz dowód 3 **DOWÓD 39** **P** Wykaż, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb nieparzystych powiększona o 1 jest podzielna przez 12.
- zobacz dowód 4 **DOWÓD 40** **R** Wykaż, że suma kwadratów dwóch liczb całkowitych różniących się o siedem powiększona o 1 jest liczbą parzystą.
- zobacz dowód 5 **DOWÓD 41** **P** Udowodnij, że wyrażenie $(4n + 1)^2 - (4m - 1)^2$ jest podzielne przez 8, jeśli m, n należą do liczb naturalnych.
- zobacz dowód 6 **DOWÓD 42** **P** Wykaż, że liczba $8^{1000} - 5 \cdot 8^{999} + 3 \cdot 8^{998}$ jest podzielna przez 27.
- zobacz dowód 7 **DOWÓD 43** **P** Wykaż, że suma $999 + 999^2 + 999^3 + 999^4 + 999^5 + 999^6 + 999^7 + 999^8$ jest podzielna przez 1000.
- zobacz dowód 8 **DOWÓD 44** **P** Wykaż, że wyrażenie $103 + 103^2 + 103^3 + \dots + 103^{18}$ jest podzielne przez 10 712.
- zobacz dowód 9 **DOWÓD 45** **P** Wykaż, że wyrażenie $9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{99}$ jest podzielne przez 13.
- zobacz dowód 10 **DOWÓD 46** **P** Wykaż, że liczba $5^{10} + 2 \cdot 5^9 + 5^8$ jest podzielna przez 36.
- zobacz dowód 11 **DOWÓD 47** **R** Wykaż, że wyrażenie $5^n + 5^{n+1} + 5^{n+2} + 5^{n+3}$ jest podzielne przez 195, jeśli $n \in \mathbb{N}_+$.
- zobacz dowód 12 **DOWÓD 48** **R** Uzasadnij, że dla każdej liczby dodatniej całkowitej n liczba $4^{n+2} + 4 \cdot 5^{n+1} + 4^{n+1}$ jest wielokrotnością liczby 20.
- zobacz dowód 13 **DOWÓD 49** **R** Wykaż, że liczba $5^{16} - 2^{16}$ jest podzielna przez 29.
- zobacz dowód 14 **DOWÓD 50** **R** Wykaż, że liczba $1007^3 + 993^3$ jest podzielna przez 1000.
- zobacz dowód 15 **DOWÓD 51** **R** Wykaż, że wyrażenie $6^9 - 5^9$ jest podzielne przez 91.
- zobacz dowód 16 **DOWÓD 52** **R** Wykaż, że wyrażenie $(n^2 + n)(n^2 - 3n + 2)$ jest podzielne przez 24 dla każdej liczby całkowitej n .
- zobacz dowód 17 **DOWÓD 53** **R** Wykaż, że iloczyn trzech kolejnych liczb parzystych jest podzielny przez 48.
- zobacz dowód 18 **DOWÓD 54** **R** Wykaż, że wyrażenie $n^2 k^2 - nk^2 + kn^2 - kn$ jest podzielne przez 4, jeśli $n \in \mathbb{C}$ i $k \in \mathbb{C}$.
- zobacz dowód 19 **DOWÓD 55** **R** Wykaż, że kwadrat iloczynu dwóch kolejnych liczb całkowitych podzielnych przez 5 jest podzielny przez 2500.
- zobacz dowód 20 **DOWÓD 56** **R** Wykaż, że dla $n \in \mathbb{N}$ wyrażenie $n^5 - 5n^4 + 5n^3 + 5n^2 - 6n$ jest wielokrotnością 5!

- zobacz dowód 21 **DOWÓD 57** **R** Liczby 2, 4, 6 są pierwiastkami wielomianu stopnia trzeciego, w którym współczynnik przy najwyższej potędze zmiennej jest równy 2. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej parzystej wartość tego wielomianu jest liczbą podzielną przez 96.
- zobacz dowód 22 **DOWÓD 58** **R** Wykaż, że liczba $7^{30} - 8 \cdot 7^{20} + 15 \cdot 7^{10}$ jest podzielna przez 56.
- zobacz dowód 23 **DOWÓD 59** **R** Wykaż, że dla $n \in \mathbb{N}$ liczba $81^n - 1$ jest wielokrotnością liczby 16.
- zobacz dowód 24 **DOWÓD 60** **R** Wykaż, że dla $n \in \mathbb{N}$ liczba $16^7 - 1$ jest wielokrotnością liczby 15.
- zobacz dowód 25 **DOWÓD 61** **R** Wykaż, że wyrażenie $113^4 - 3 \cdot 113^2 - 4$ jest podzielne przez 25.
- zobacz dowód 26 **DOWÓD 62** **R** Wykaż, że liczba $6^{400} - 17 \cdot 6^{200} + 16$ jest podzielna przez 100.
- zobacz dowód 27 **DOWÓD 63** **R** Uzasadnij, że liczba $(10^n - 7)^2$ jest podzielna przez 9 dla $n \in \mathbb{N}_+$.
- zobacz dowód 28 **DOWÓD 64** **R** Wykaż, że liczba $100^n + 5$ dzieli się przez 15 dla $n \in \mathbb{N}_+$.
- zobacz dowód 29 **DOWÓD 65** **P** Udowodnij, że suma liczb: trzycyfrowej, dwucyfrowej i jednocyfrowej postaci $XXX + XX + X$ jest podzielna przez 41, jeżeli X oznacza dowolną cyfrę różną od zera.
- zobacz dowód 30 **DOWÓD 66** **P** Wykaż, że suma liczb trzycyfrowych postaci $ABC + CAB + BCA$ jest podzielna przez 111, wiedząc, że A, B, C oznaczają dowolne cyfry i $A \neq 0, B \neq 0, C \neq 0$.
- zobacz dowód 31 **DOWÓD 67** **P** Wykaż, że iloczyn $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 11 \cdot 12$ jest podzielny przez 2^{10} .
- zobacz dowód 32 **DOWÓD 68** **R** Dana jest liczba p taka, że liczba $p - 3$ jest podzielna przez 7. Wykaż, że liczba $p^2 + 5$ też jest podzielna przez 7.
- zobacz dowód 33 **DOWÓD 69** **R** Wykaż, że liczba $4^{202} + 2 \cdot 4^{101} \cdot 6^{101} + 6^{202}$ jest podzielna przez 100.
- zobacz dowód 34 **DOWÓD 70** **R** Wykaż, że nie istnieje wielomian $W(x)$ stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, który spełnia warunki: $W(1) = 5$ i $W(-1) = 4$.
- zobacz dowód 35 **DOWÓD 71** **R** Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej k i każdej liczby całkowitej l liczba $(a^2b - ab^2)^2$ jest podzielna przez 4.
- zobacz dowód 36 **DOWÓD 72** **R** Udowodnij, że dla każdej liczby całkowitej a liczba $a^2(a+1)(a+3)$ jest podzielna przez 4.