

- 6.41. 2 cm;  $2\sqrt{2}$  cm;  $2\sqrt{2}$  cm  
 6.42. 10 cm;  $10\sqrt{3}$  cm;  $10\sqrt{3}$  cm  
 6.43. a)  $\sqrt{3}$  cm    b)  $\sqrt{2}$  cm    c) 1 cm

**Kąt skierowany**

- 6.49. a)  $97^\circ$     b)  $230^\circ$     c)  $130^\circ$     d)  $200^\circ$     e)  $270^\circ$     f)  $150^\circ$   
 6.50. 9 razy  
 6.51. o  $30^\circ$   
 6.52.  $-1020^\circ$

**Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta**

- 6.53. a)  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ,  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = 2\frac{2}{5}$   
 b)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 c)  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}$ ,  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 d)  $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$ ,  $\cos \alpha = \frac{15}{17}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{8}{15}$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha = -1\frac{7}{8}$
- 6.54. a)  $\sin \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$      $\cos \alpha = \frac{1}{2}$      $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$      $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{3}$   
 b)  $\sin \alpha = \frac{-1}{2}$      $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{3}}{2}$      $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$      $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}$   
 c)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$      $\cos \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{2}$      $\operatorname{tg} \alpha = -1$      $\operatorname{ctg} \alpha = -1$   
 d)  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$      $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$      $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$      $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}$
- 6.56. a)  $P(3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$     b)  $P(-6, 3\sqrt{5})$     c)  $P(-6, -8)$     d)  $P(3, -\sqrt{3})$
- 6.57. a) III ćw.    b) IV ćw.    c) I ćw. lub III ćw.    d) II ćw.    e) IV ćw.    f) IV ćw.
- 6.58. a) wartość ujemną    b) wartość dodatnią    c) wartość ujemną    d) wartość dodatnią
- 6.59. a)  $P(-3, -2)$     b)  $P\left(\frac{-3\sqrt{10}}{2}, \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$     c)  $P\left(1, -\frac{2}{5}\right)$     d)  $P\left(1\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}\right)$

**Podstawowe tożsamości trygonometryczne**

- 6.62. a)  $\cos \alpha = \frac{12}{13}$      $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$      $\operatorname{ctg} \alpha = 2,4$   
 b)  $\sin \alpha = \frac{8}{17}$      $\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$      $\operatorname{ctg} \alpha = 1\frac{7}{8}$   
 c)  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$      $\cos \alpha = \frac{4}{5}$      $\operatorname{ctg} \alpha = 1\frac{1}{3}$   
 d)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$      $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$      $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$
- 6.63. a)  $\cos \alpha = -0,6$      $\operatorname{tg} \alpha = -1\frac{1}{3}$      $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{3}{4}$

$$\text{b) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \text{tg } \alpha = -\sqrt{15} \quad \text{ctg } \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{15}$$

$$\text{c) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10} \quad \cos \alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10} \quad \text{ctg } \alpha = -3$$

$$\text{d) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{10} \quad \cos \alpha = -\frac{7\sqrt{2}}{10} \quad \text{tg } \alpha = -\frac{1}{7}$$

$$6.64. \text{ a) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ tg } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ ctg } \alpha = \sqrt{3} \text{ lub } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ tg } \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \text{ ctg } \alpha = -\sqrt{3}$$

$$\text{b) } \cos \alpha = \frac{15}{17}, \text{ tg } \alpha = \frac{8}{15}, \text{ ctg } \alpha = 1\frac{7}{8} \text{ lub } \cos \alpha = -\frac{15}{17}, \text{ tg } \alpha = -\frac{8}{15}, \text{ ctg } \alpha = -1\frac{7}{8}$$

$$\text{c) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}, \text{ tg } \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ ctg } \alpha = \sqrt{2} \text{ lub } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{3}, \text{ tg } \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ ctg } \alpha = -\sqrt{2}$$

$$\text{d) } \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}, \text{ tg } \alpha = \frac{3\sqrt{7}}{7}, \text{ ctg } \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3} \text{ lub } \cos \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}, \text{ tg } \alpha = -\frac{3\sqrt{7}}{7}, \text{ ctg } \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$6.65. \text{ a) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{ctg } \alpha = 2$$

$$\text{b) } \sin \alpha = \frac{7}{25} \quad \text{tg } \alpha = -\frac{7}{24} \quad \text{ctg } \alpha = -3\frac{3}{7}$$

$$\text{c) } \cos \alpha = \frac{2}{3}, \text{ tg } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ ctg } \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ lub } \cos \alpha = -\frac{2}{3}, \text{ tg } \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ ctg } \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{d) } \sin \alpha = \frac{60}{61} \quad \cos \alpha = -\frac{11}{61} \quad \text{tg } \alpha = -5\frac{5}{11}$$

$$6.66. \text{ a) } \cos \alpha = -\frac{12}{13}, \text{ tg } \alpha = \frac{5}{12}, \text{ ctg } \alpha = \frac{12}{5}$$

$$\text{b) } \sin \alpha = -\frac{12}{13}, \cos \alpha = \frac{5}{13}, \text{ ctg } \alpha = -\frac{5}{12}$$

$$\text{c) } \cos \alpha = -\frac{8}{17}, \sin \alpha = -\frac{15}{17}, \text{ tg } \alpha = \frac{15}{8}$$

$$\text{d) } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \text{ tg } \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \text{ ctg } \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$6.67. \text{ a) } \sin \alpha = \frac{12}{13}, \text{ tg } \alpha = \frac{12}{5}, \text{ ctg } \alpha = \frac{5}{12} \text{ lub } \sin \alpha = -\frac{12}{13}, \text{ tg } \alpha = -\frac{12}{5}, \text{ ctg } \alpha = -\frac{5}{12}$$

$$\text{b) } \cos \alpha = -\frac{11}{61}, \text{ tg } \alpha = \frac{60}{11}, \text{ ctg } \alpha = \frac{11}{60} \text{ lub } \cos \alpha = \frac{11}{61}, \text{ tg } \alpha = -\frac{60}{11}, \text{ ctg } \alpha = -\frac{11}{60}$$

$$\text{c) } \sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \text{ tg } \alpha = \frac{1}{3} \text{ lub } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}, \cos \alpha = -\frac{3\sqrt{10}}{10}, \text{ tg } \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\text{d) } \cos \alpha = \frac{45}{53}, \sin \alpha = \frac{28}{53}, \text{ tg } \alpha = \frac{28}{45} \text{ lub } \cos \alpha = -\frac{45}{53}, \sin \alpha = -\frac{28}{53}, \text{ tg } \alpha = \frac{28}{45}$$

$$6.68. \text{ a) } \cos \alpha = -\sqrt{1-b^2}, \text{ tg } \alpha = \frac{-b}{\sqrt{1-b^2}}, \text{ ctg } \alpha = \frac{-\sqrt{1-b^2}}{b}$$

$$\text{b) } \sin \alpha = -\sqrt{1-a^2}, \text{ tg } \alpha = \frac{-\sqrt{1-a^2}}{a}, \text{ ctg } \alpha = \frac{-a}{\sqrt{1-a^2}}$$

6.69. a) nie    b) tak    c) tak    d) nie

6.70. a) nie    b) tak    c) tak    d) nie

- 6.71. a) nie b) tak c) tak d) tak
- 6.72. a)  $\frac{15}{16}$  b) 6
- 6.73. a)  $-1,09$  b)  $0,5 - \sqrt{3}$  c)  $-11\frac{1}{2}$  d)  $-1\frac{16}{21}$
- 6.74. a)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  b)  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{5}$  c)  $\operatorname{tg} \alpha = 1$  d)  $\operatorname{ctg} \alpha = -2$
- 6.76. a)  $-\frac{60}{169}$  b)  $\frac{17}{13}$  c)  $\sin \alpha = \frac{12}{13}, \cos \alpha = -\frac{5}{13}$  d)  $-2\frac{49}{60}$
- 6.77. a)  $-\frac{1}{4}$  b)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  c)  $\frac{5\sqrt{2}}{8}$  d)  $\frac{7}{8}$
- 6.78. a)  $2\sqrt{3}$  b) 14 c) 52 d) 194
- 6.79. a)  $\cos \alpha$  b)  $\sin \alpha$  c)  $\frac{1}{\cos \alpha}$  d)  $\sin \alpha$  e)  $\frac{1}{\cos \alpha}$  f)  $\frac{1}{\sin \alpha}$  g) 1 h)  $\frac{1}{\sin \alpha}$

**Wzory redukcyjne**

- 6.84. a) 1 b) 1 c) 0 d) 2
- 6.85. a)  $-1\frac{3}{4}$  b)  $-2\frac{1}{2}$  c)  $\frac{7-4\sqrt{3}}{12}$  d)  $2\frac{1}{2}$
- 6.86.  $a = -2, b = \frac{11+4\sqrt{6}}{12}, c = -\frac{1}{4}, d = \frac{1}{2}$ . Liczby wymierne to  $a, c$  oraz  $d$ .
- 6.87. a)  $3\frac{1}{4}$  b)  $\frac{2}{3}$  c) 2 d) 12
- 6.88. a)  $x > y$  b)  $x = y$  c)  $x < y$  d)  $x < y$
- 6.89. a) 3 b) 1 c) 0 d) 2 e) 1 f) 2 g)  $-2$  h)  $1\frac{1}{4}$
- 6.91. a) 3 b)  $-2$  c) 0 d) 0
- 6.92. a) 0 b) 0 c)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  d) 1
- 6.93. a)  $-\frac{1}{3}$  b) 0 c)  $\frac{5}{6}$  d)  $-\frac{1}{2}$
- 6.94. a)  $225^\circ$  b)  $60^\circ$  c)  $120^\circ$  d)  $240^\circ$  e)  $210^\circ$   
f)  $270^\circ$  g)  $135^\circ$  h)  $330^\circ$  i)  $315^\circ$  j)  $120^\circ$
- 6.95. a)  $-1$  b) 0 c) 1 d) 2
- 6.96.  $3\frac{1}{3}$

**Twierdzenie sinusów**

- 6.103. 4 cm
- 6.104.  $8\sqrt{3}$  cm
- 6.105. 5,9 cm
- 6.106. 32 cm
- 6.107.  $2\frac{32}{65}$
- 6.108.  $60^\circ, 90^\circ$  lub  $120^\circ, 30^\circ$

6.109.  $45^\circ, 105^\circ$

6.110. a) 9 cm    b) wskazówka: wykaż, że  $|\sphericalangle AMB| = 180^\circ - |\sphericalangle ACB|$

**Twierdzenie cosinusów**

6.116.  $\cos \alpha = \frac{53}{80}, \cos \beta = \frac{25}{32}, \cos \gamma = -\frac{1}{20}$

6.117.  $\sqrt{34 + 15\sqrt{3}}$  cm,  $\sqrt{34 - 15\sqrt{3}}$  cm

6.118. b)  $|BC| = 2\sqrt{6}$  cm

6.119. Jeśli kąt  $ACB$  jest ostry, to obwód trójkąta jest równy 16 cm, a  $R = \frac{9\sqrt{2}}{4}$  cm.

Jeśli kąt  $ACB$  jest rozwarty, to obwód trójkąta jest równy  $2(5 + \sqrt{17})$  cm, a  $R = \frac{3\sqrt{34}}{4}$  cm.

6.120.  $60^\circ$

6.121.  $120^\circ$

6.122.  $\frac{\sqrt{70}}{2}$  cm

6.123. 30 cm

6.124.  $\frac{13\sqrt{2}}{2}$  cm

6.125.  $\sin|\sphericalangle CAB| = \frac{3\sqrt{3}}{14}, \sin|\sphericalangle ABC| = \frac{4\sqrt{3}}{7}$

**Test sprawdzający do rozdziału 6.**

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Odpowiedź	B	A	C	D	A	B	D	A	C	A
Nr zadania	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Odpowiedź	A	D	D	C	D	C	B	B	D	C

**Zadania powtórzeniowe do rozdziału 6.**

6.129. a)  $\sin \alpha = \frac{2}{3}$     b)  $\frac{4}{19}$

6.130. a)  $\frac{7}{16}$     b)  $\frac{431}{512}$

6.131. a)  $4\frac{1}{4}$     b)  $16\frac{1}{16}$

6.132. a)  $\frac{2}{5}$     b)  $\frac{2}{5}$

6.133.  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}, b = \frac{1}{2}$ , zatem  $a > b$

6.135.  $\alpha = 150^\circ$

6.137.  $m = \frac{4\sqrt{3} - 9}{3}$

6.141. -1

6.142. a)  $\alpha = 210^\circ$    b)  $\alpha = 210^\circ$    c)  $\alpha = 150^\circ$    d)  $\alpha = 330^\circ$

6.143. 0

6.144.  $3r$

6.145. a)  $\frac{3\sqrt{46}}{4}$  cm   b)  $\frac{12\sqrt{7}}{7}$  cm

6.146. a)  $30^\circ, 30^\circ$    b)  $16(2 + \sqrt{3})$  cm   c) 8 cm   d)  $8\sqrt{7}$  cm

6.147. a)  $120^\circ$    b)  $\sqrt{6}$

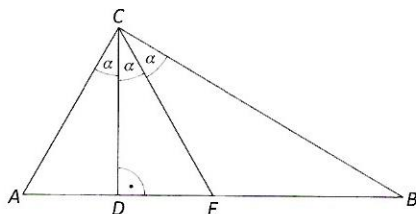
6.148. 41

6.149.  $\frac{3\sqrt{6}}{8}$

6.151. *wskazówka*: oznacz  $d = |CD|$  i uzależnij długości odcinków  $AD$  oraz  $DB$  od  $d$  oraz funkcji trygonometrycznych danych kątów

6.152.  $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$

*wskazówka*: zauważ, że trójkąt  $ACE$  jest równoramienny, a następnie skorzystaj z twierdzenia sinusów w trójkącie  $EBC$



## 7. Geometria płaska – pole koła, pole trójkąta

### Pole figury geometrycznej

7.1. a) 20,5   b) 15,5   c) 32   d) 20

7.2. a)  $s - w + 4t$    b)  $\frac{3}{2}w + \frac{1}{2}s + t$    c)  $2s + \frac{1}{2}w$    d)  $\frac{5}{6}w$

### Pole trójkąta, cz. 1

7.8. 3 cm

7.9. a) 12 cm   b)  $48\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>

7.10.  $14\frac{2}{17}$  cm

7.11.  $14\frac{14}{29}$  cm

7.12. 156 cm<sup>2</sup>

7.13. a) 150 cm<sup>2</sup>   b) 12 cm

7.14. 120 cm<sup>2</sup>

7.15. 294 cm<sup>2</sup>

7.16.  $\frac{12\sqrt{13}}{13} \approx 3,3$  (cm)

7.17. 6,5 cm; 42 cm; 42,5 cm

7.18. 18

7.20.  $34\frac{2}{3}$

7.21. 60 cm<sup>2</sup>