Powtórzenie przekształceń 3

Wprowadzenie

Na prezentacji omówimy rysowanie wykresów wybranych funkcji wykorzystując wszystkie poznane przekształcenia. Dodatkowo rozważymy, ile rozwiązania mają równania $f(x) = m$ dla danej funkcji f oraz parametru m.

Wprowadzenie

Na prezentacji omówimy rysowanie wykresów wybranych funkcji wykorzystując wszystkie poznane przekształcenia. Dodatkowo rozważymy, ile rozwiązania mają równania $f(x) = m$ dla danej funkcji f oraz parametru m.

Najlepiej najpierw samemu spróbować, a dopiero później sprawdzić rozwiązanie na kolejnych slajdach.

Przykład 1

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Przykład 1

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Zaczniemy od narysowania funkcji $f(x) = |x|^2 - 2|x| + 4$.

Przykład 1

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Zaczniemy od narysowania funkcji $f(x) = |x|^2 - 2|x| + 4$. Zapiszmy ją najpierw jako $f(x) = (|x| - 1)^2 + 3$.

Przykład 1

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Zaczniemy od narysowania funkcji $f(x) = |x|^2 - 2|x| + 4$. Zapiszmy ją najpierw jako $f(x) = (|x| - 1)^2 + 3$. Teraz przekształcenia:

Przykład 1

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Zaczniemy od narysowania funkcji $f(x) = |x|^2 - 2|x| + 4$. Zapiszmy ją najpierw jako $f(x) = (|x| - 1)^2 + 3$. Teraz przekształcenia:

$$x^2 \xrightarrow{T_{[1,3]}} (x-1)^2 + 3 \xrightarrow{f(|x|)} (|x| - 1)^2 + 3$$

Przykład 1

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

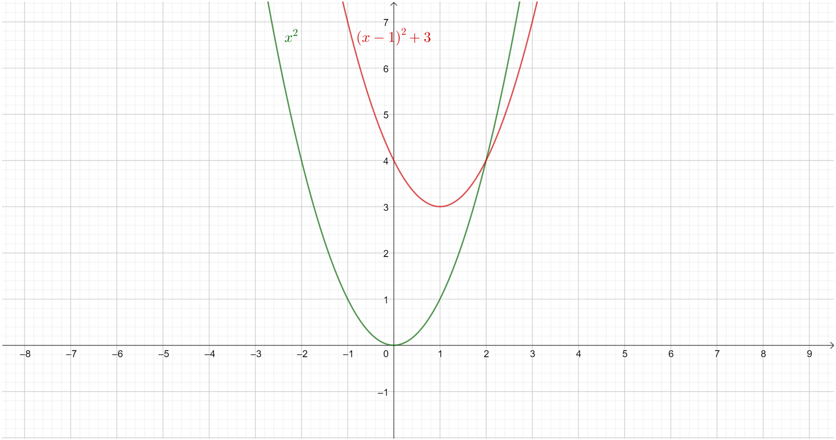
Zaczniemy od narysowania funkcji $f(x) = |x|^2 - 2|x| + 4$. Zapiszmy ją najpierw jako $f(x) = (|x| - 1)^2 + 3$. Teraz przekształcenia:

$$x^2 \xrightarrow{T_{[1,3]}} (x-1)^2 + 3 \xrightarrow{f(|x|)} (|x| - 1)^2 + 3$$

Na kolejnych slajdach narysujemy ten wykres.

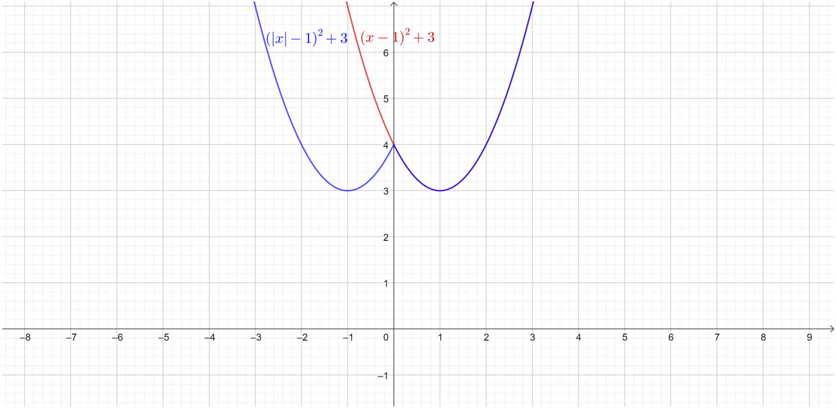
Przykład 1

$$x^2 \xrightarrow{T_{[1,3]}} (x-1)^2 + 3$$



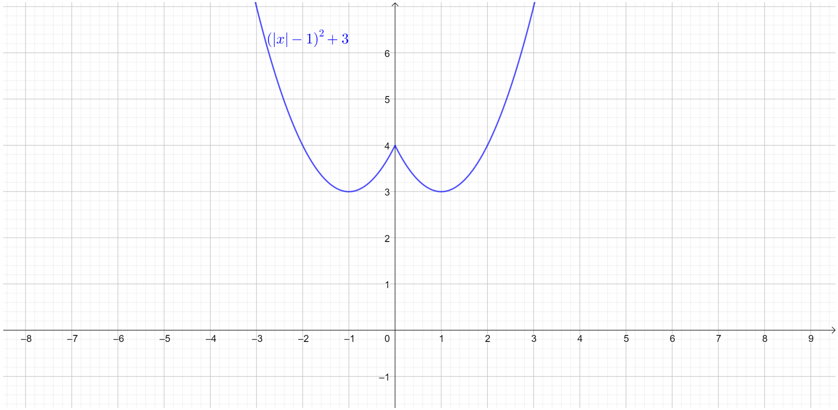
Przykład 1

$$(x-1)^2+3 \xrightarrow{f(|x|)} (|x|-1)^2+3$$



Przykład 1

Ostateczny wykres funkcji $f(x) = |x|^2 - 2|x| + 4$

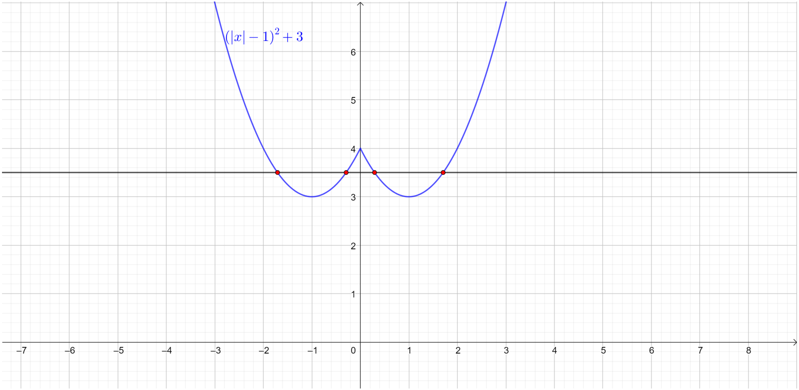


Przykład 1

Teraz jeśli chcemy ustalić liczbę rozwiązań równania $|x|^2 - 2|x| + 4 = m$ możemy odczytać ją z wykresu.

Przykład 1

Teraz jeśli chcemy ustalić liczbę rozwiązań równania $|x|^2 - 2|x| + 4 = m$ możemy odczytać ją z wykresu.



Przykład dla $m = 3.5$, równanie $|x|^2 - 2|x| + 4 = 3.5$ ma 4 rozwiązania.

Przykład 1

Posługując się wykresem ustalamy, że równanie

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

ma:

Przykład 1

Posługując się wykresem ustalamy, że równanie

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

ma:

0 rozwiązań dla $m < 3$,

Przykład 1

Posługując się wykresem ustalamy, że równanie

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

ma:

0 rozwiązań dla $m < 3$,

2 rozwiązania dla $m = 3$ oraz dla $m > 4$,

Przykład 1

Posługując się wykresem ustalamy, że równanie

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

ma:

0 rozwiązań dla $m < 3$,

2 rozwiązania dla $m = 3$ oraz dla $m > 4$,

3 rozwiązania dla $m = 4$,

Przykład 1

Posługując się wykresem ustalamy, że równanie

$$|x|^2 - 2|x| + 4 = m$$

ma:

0 rozwiązań dla $m < 3$,

2 rozwiązania dla $m = 3$ oraz dla $m > 4$,

3 rozwiązania dla $m = 4$,

4 rozwiązania dla $3 < m < 4$.

Przykład 2

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$\left|2-\sqrt{|4-2x|}\right|=m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Przykład 2

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$\left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right| = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Znów zaczniemy od narysowania $f(x) = \left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right|$.

Przykład 2

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$\left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right| = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Znów zaczniemy od narysowania $f(x) = \left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right|$. Przekształcenia:

Przykład 2

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$\left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right| = m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Znów zaczniemy od narysowania $f(x) = \left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right|$. Przekształcenia:

$$\sqrt{x} \xrightarrow{S_{OX}} -\sqrt{x} \xrightarrow{T_{[0,2]}} 2 - \sqrt{x} \xrightarrow{|f(x)|} |2 - \sqrt{x}| \xrightarrow{f(|x|)}$$

$$\xrightarrow{f(|x|)} \left|2 - \sqrt{|x|}\right| \xrightarrow{T_{[-4,0]}} \left|2 - \sqrt{|x+4|}\right| \xrightarrow{S_{OY}, f(2x)} \left|2 - \sqrt{|-2x+4|}\right|$$

Przykład 2

Omów liczbę rozwiązań równania:

$$\left|2-\sqrt{|4-2x|}\right|=m$$

w zależności od parametru m, gdzie $m \in \mathbb{R}$.

Znów zaczniemy od narysowania $f(x)=\left|2-\sqrt{|4-2x|}\right|$. Przekształcenia:

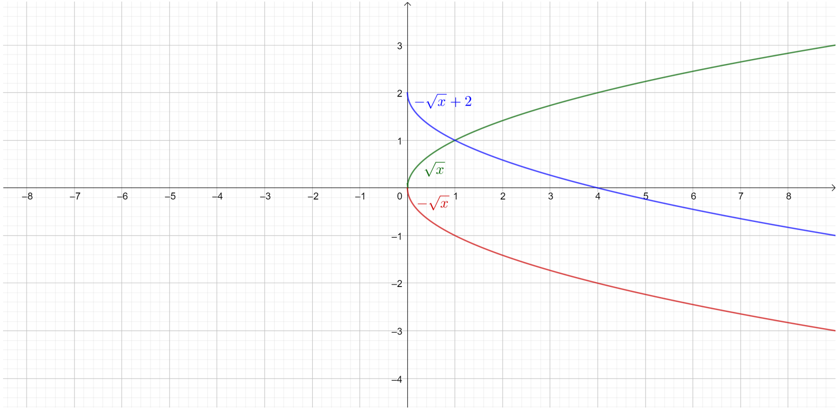
$$\sqrt{x} \xrightarrow{S_{OX}} -\sqrt{x} \xrightarrow{T_{[0,2]}} 2-\sqrt{x} \xrightarrow{|f(x)|} |2-\sqrt{x}| \xrightarrow{f(|x|)}$$

$$\xrightarrow{f(|x|)} \left|2-\sqrt{|x|}\right| \xrightarrow{T_{[-4,0]}} \left|2-\sqrt{|x+4|}\right| \xrightarrow{S_{OY}, f(2x)} \left|2-\sqrt{|-2x+4|}\right|$$

Na następnych slajdach wykresy.

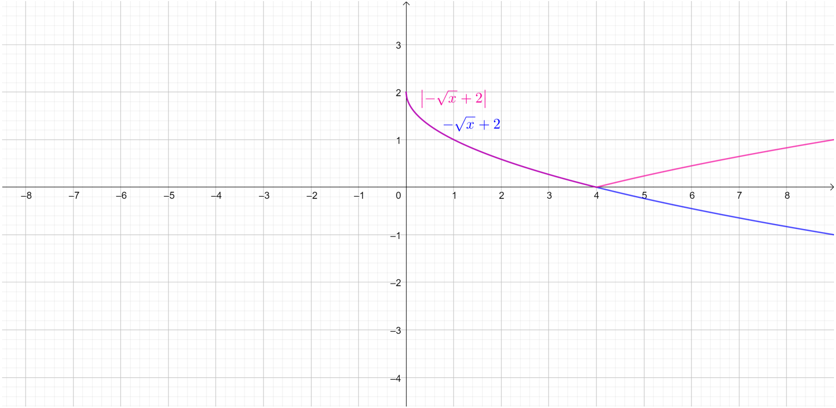
Przykład 2

$$\sqrt{x} \xrightarrow{S_{OX}} -\sqrt{x} \xrightarrow{T_{[0,2]}} 2 - \sqrt{x}$$



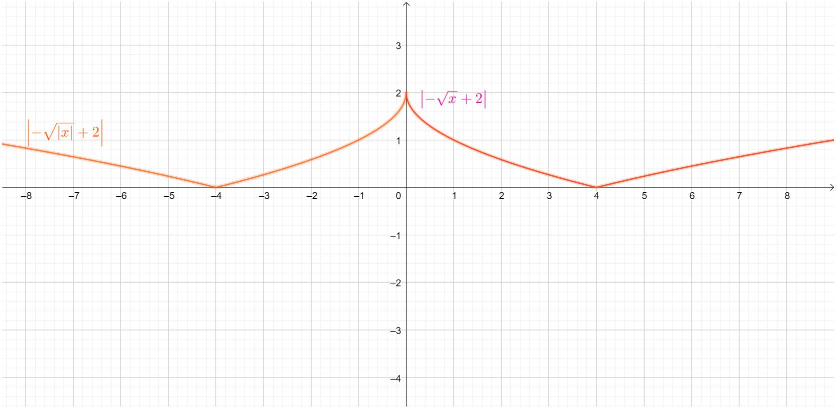
Przykład 2

$$2 - \sqrt{x} \xrightarrow{|f(x)|} |2 - \sqrt{x}|$$



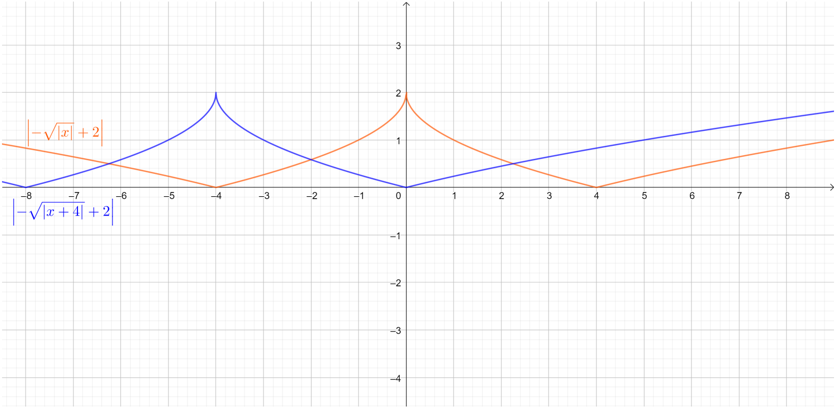
Przykład 2

$$|2-\sqrt{x}| \xrightarrow{f(|x|)} \left|2-\sqrt{|x|}\right|$$



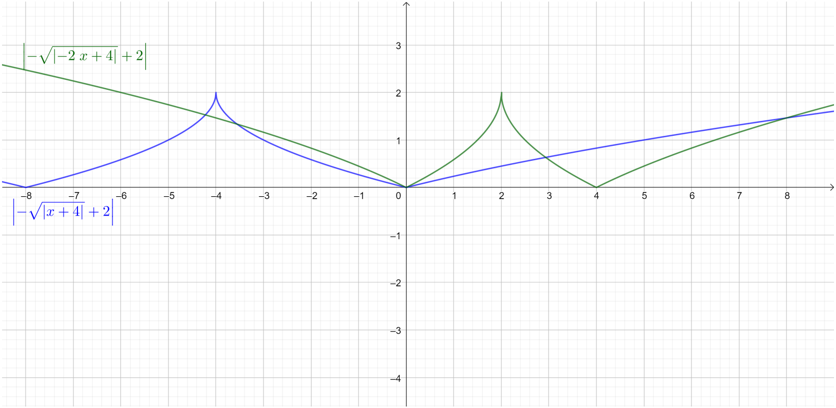
Przykład 2

$$\left|2-\sqrt{|x|}\right| \xrightarrow{T_{[-4,0]}} \left|2-\sqrt{|x+4|}\right|$$



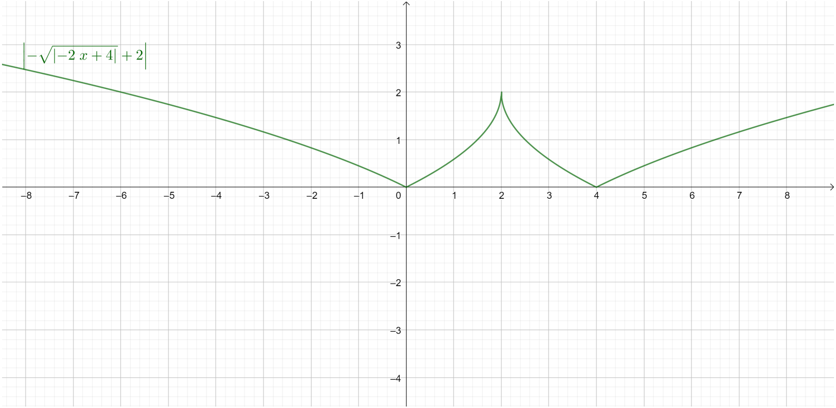
Przykład 2

$$\left|2-\sqrt{|x+4|}\right| \xrightarrow{S_{OY}, f(2x)} \left|2-\sqrt{|-2x+4|}\right|$$



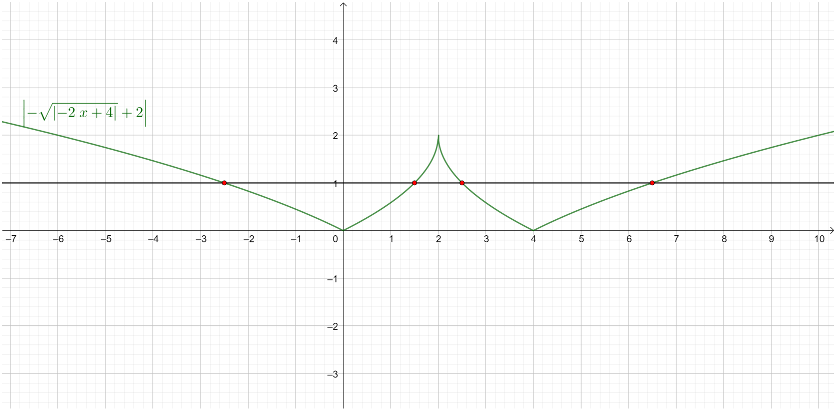
Przykład 2

Ostateczny wykres funkcji $f(x) = \left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right|$:



Przykład 2

Z wykresu możemy odczytać, że np. równanie $\left|2-\sqrt{|4-2x|}\right|=1$ ma 4 rozwiązania:



Przykład 2

Możemy ustalić, że równanie:

$$\left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right| = 1$$

ma:

0 rozwiązań dla $m < 0$,

Przykład 2

Możemy ustalić, że równanie:

$$\left|2-\sqrt{|4-2x|}\right|=1$$

ma:

0 rozwiązań dla $m<0$,

2 rozwiązania dla $m=0$ lub dla $m>2$,

Przykład 2

Możemy ustalić, że równanie:

$$\left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right| = 1$$

ma:

0 rozwiązań dla $m < 0$,

2 rozwiązania dla $m = 0$ lub dla $m > 2$,

3 rozwiązania dla $m = 2$,

Przykład 2

Możemy ustalić, że równanie:

$$\left|2 - \sqrt{|4 - 2x|}\right| = 1$$

ma:

0 rozwiązań dla $m < 0$,

2 rozwiązania dla $m = 0$ lub dla $m > 2$,

3 rozwiązania dla $m = 2$,

4 rozwiązania dla $0 < m < 2$.

Poniedziałkowa kartkówka będzie zbliżona do poprzedniej.