

# Powtórzenie przekształceń

# Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.

## Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.  
Proszę wejść na stronę:

<https://www.desmos.com/calculator>

i w polu po lewej stronie wpisać funkcję:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

## Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.  
Proszę wejść na stronę:

<https://www.desmos.com/calculator>

i w polu po lewej stronie wpisać funkcję:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Odczytajmy wybrane własności wykresu:

## Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.  
Proszę wejść na stronę:

<https://www.desmos.com/calculator>

i w polu po lewej stronie wpisać funkcję:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Odczytajmy wybrane własności wykresu:

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Zbiór wartości  $y \in \mathbb{R}$ .

## Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.  
Proszę wejść na stronę:

<https://www.desmos.com/calculator>

i w polu po lewej stronie wpisać funkcję:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Odczytajmy wybrane własności wykresu:

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Zbiór wartości  $y \in \mathbb{R}$ .

Miejsca zerowe:

## Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.  
Proszę wejść na stronę:

<https://www.desmos.com/calculator>

i w polu po lewej stronie wpisać funkcję:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Odczytajmy wybrane własności wykresu:

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Zbiór wartości  $y \in \mathbb{R}$ .

Miejsca zerowe:  $x = -1, x = 1, x = 2$ .

## Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.  
Proszę wejść na stronę:

<https://www.desmos.com/calculator>

i w polu po lewej stronie wpisać funkcję:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Odczytajmy wybrane własności wykresu:

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Zbiór wartości  $y \in \mathbb{R}$ .

Miejsca zerowe:  $x = -1, x = 1, x = 2$ .

Przecięcie z osią OY:



## Zadanie wprowadzające

Chciałbym, abyście najpierw samodzielnie pobawili się wykresami.  
Proszę wejść na stronę:

<https://www.desmos.com/calculator>

i w polu po lewej stronie wpisać funkcję:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$$

Odczytajmy wybrane własności wykresu:

Dziedzina:  $x \in \mathbb{R}$ . Zbiór wartości  $y \in \mathbb{R}$ .

Miejsca zerowe:  $x = -1, x = 1, x = 2$ .

Przecięcie z osią OY:  $(0, 2)$ .

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić teraz drugą funkcję (w polu pod  $f(x)$ )

$$g(x) = f(x) + a$$

Powinno się pojawić pytanie, czy dodać suwak dla  $a$ . Proszę go dodać.

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić teraz drugą funkcję (w polu pod  $f(x)$ )

$$g(x) = f(x) + a$$

Powinno się pojawić pytanie, czy dodać suwak dla  $a$ . Proszę go dodać.

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $g(x)$ .

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić teraz drugą funkcję (w polu pod  $f(x)$ )

$$g(x) = f(x) + a$$

Powinno się pojawić pytanie, czy dodać suwak dla  $a$ . Proszę go dodać.

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $g(x)$ .

Gdy  $a = 0$ , to  $g(x) = f(x)$  i wykresy się pokrywają.

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić teraz drugą funkcję (w polu pod  $f(x)$ )

$$g(x) = f(x) + a$$

Powinno się pojawić pytanie, czy dodać suwak dla  $a$ . Proszę go dodać.

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $g(x)$ .

Gdy  $a = 0$ , to  $g(x) = f(x)$  i wykresy się pokrywają. Gdy  $a = 2$ , to wykres funkcji  $g(x)$  powstał z przesunięcia wykresu funkcji  $f(x)$  o dwie jednostki do góry.

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić teraz drugą funkcję (w polu pod  $f(x)$ )

$$g(x) = f(x) + a$$

Powinno się pojawić pytanie, czy dodać suwak dla  $a$ . Proszę go dodać.

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $g(x)$ .

Gdy  $a = 0$ , to  $g(x) = f(x)$  i wykresy się pokrywają. Gdy  $a = 2$ , to wykres funkcji  $g(x)$  powstał z przesunięcia wykresu funkcji  $f(x)$  o dwie jednostki do góry. Gdy  $a = -3$ , to wykres funkcji  $g(x)$  powstał z przesunięcia wykresu funkcji  $f(x)$  o trzy jednostki w dół.

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić kolejną funkcję ( $g(x)$  można odznaczyć)

$$h(x) = f(x + b)$$

Znów chcemy dodać suwak dla  $b$ .

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić kolejną funkcję ( $g(x)$  można odznaczyć)

$$h(x) = f(x + b)$$

Znów chcemy dodać suwak dla  $b$ .

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $h(x)$ .



## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić kolejną funkcję ( $g(x)$  można odznaczyć)

$$h(x) = f(x + b)$$

Znów chcemy dodać suwak dla  $b$ .

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $h(x)$ .

Gdy  $b = 0$ , to oczywiście  $h(x) = f(x)$  i wykresy się pokrywają.

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić kolejną funkcję ( $g(x)$  można odznaczyć)

$$h(x) = f(x + b)$$

Znów chcemy dodać suwak dla  $b$ .

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $h(x)$ .

Gdy  $b = 0$ , to oczywiście  $h(x) = f(x)$  i wykresy się pokrywają. Gdy  $b = 2$ , to wykres funkcji  $h(x)$  powstał z przesunięcia wykresu funkcji  $f(x)$  o dwie jednostki **w lewo**.

## Zadanie wprowadzające

Proszę wprowadzić kolejną funkcję ( $g(x)$  można odznaczyć)

$$h(x) = f(x + b)$$

Znów chcemy dodać suwak dla  $b$ .

Przesuwając suwakiem możemy zobaczyć, jak zmienia się wykres funkcji  $h(x)$ .

Gdy  $b = 0$ , to oczywiście  $h(x) = f(x)$  i wykresy się pokrywają. Gdy  $b = 2$ , to wykres funkcji  $h(x)$  powstał z przesunięcia wykresu funkcji  $f(x)$  o dwie jednostki **w lewo**. Gdy  $b = -3$ , to wykres funkcji  $g(x)$  powstał z przesunięcia wykresu funkcji  $f(x)$  o trzy jednostki **w prawo**.

## Zadanie wprowadzające

Na końcu proszę dodać funkcję ( $g$  i  $h$  można usunąć)

$$j(x) = -f(x)$$

## Zadanie wprowadzające

Na końcu proszę dodać funkcję ( $g$  i  $h$  można usunąć)

$$j(x) = -f(x)$$

Widzimy, że wykres nowej funkcji to odbicie wykresu  $f(x)$  względem osi  $OX$ .

# Podsumowanie

Mając dany wykres funkcji  $f(x)$ :

## Podsumowanie

Mając dany wykres funkcji  $f(x)$ :

- wykres funkcji  $f(x) + 2$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 2 do góry, czyli o wektor  $[0, 2]$ ,

# Podsumowanie

Mając dany wykres funkcji  $f(x)$ :

- wykres funkcji  $f(x) + 2$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 2 do góry, czyli o wektor  $[0, 2]$ ,
- wykres funkcji  $f(x) - 8$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 8 w dół, czyli o wektor  $[0, -8]$ ,



# Podsumowanie

Mając dany wykres funkcji  $f(x)$ :

- wykres funkcji  $f(x) + 2$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 2 do góry, czyli o wektor  $[0, 2]$ ,
- wykres funkcji  $f(x) - 8$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 8 w dół, czyli o wektor  $[0, -8]$ ,
- wykres funkcji  $f(x + 13)$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 13 w lewo, czyli o wektor  $[-13, 0]$ ,

# Podsumowanie

Mając dany wykres funkcji  $f(x)$ :

- wykres funkcji  $f(x) + 2$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 2 do góry, czyli o wektor  $[0, 2]$ ,
- wykres funkcji  $f(x) - 8$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 8 w dół, czyli o wektor  $[0, -8]$ ,
- wykres funkcji  $f(x + 13)$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 13 w lewo, czyli o wektor  $[-13, 0]$ ,
- wykres funkcji  $f(x - 1)$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 1 w prawo, czyli o wektor  $[1, 0]$ ,

# Podsumowanie

Mając dany wykres funkcji  $f(x)$ :

- wykres funkcji  $f(x) + 2$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 2 do góry, czyli o wektor  $[0, 2]$ ,
- wykres funkcji  $f(x) - 8$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 8 w dół, czyli o wektor  $[0, -8]$ ,
- wykres funkcji  $f(x + 13)$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 13 w lewo, czyli o wektor  $[-13, 0]$ ,
- wykres funkcji  $f(x - 1)$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 1 w prawo, czyli o wektor  $[1, 0]$ ,
- wykres funkcji  $-f(x)$ , to wykres  $f(x)$  odbity w symetrii osiowej względem osi  $OX$ .

# Podsumowanie

Mając dany wykres funkcji  $f(x)$ :

- wykres funkcji  $f(x) + 2$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 2 do góry, czyli o wektor  $[0, 2]$ ,
- wykres funkcji  $f(x) - 8$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 8 w dół, czyli o wektor  $[0, -8]$ ,
- wykres funkcji  $f(x + 13)$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 13 w lewo, czyli o wektor  $[-13, 0]$ ,
- wykres funkcji  $f(x - 1)$ , to wykres  $f(x)$  przesunięty o 1 w prawo, czyli o wektor  $[1, 0]$ ,
- wykres funkcji  $-f(x)$ , to wykres  $f(x)$  odbity w symetrii osiowej względem osi  $OX$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

- a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 1 do góry oraz o 1 w lewo. Szukany wektor to  $[-1, 1]$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

- a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 1 do góry oraz o 1 w lewo. Szukany wektor to  $[-1, 1]$ .
- b)  $g(x) = f(x - 5) + 22$ .



## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

- a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 1 do góry oraz o 1 w lewo. Szukany wektor to  $[-1, 1]$ .
- b)  $g(x) = f(x - 5) + 22$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 22 do góry oraz o 5 w prawo. Szukany wektor to  $[5, 22]$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

- a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 1 do góry oraz o 1 w lewo. Szukany wektor to  $[-1, 1]$ .
- b)  $g(x) = f(x - 5) + 22$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 22 do góry oraz o 5 w prawo. Szukany wektor to  $[5, 22]$ .
- c)  $g(x) = f(x - 3) - 13$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

- a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 1 do góry oraz o 1 w lewo. Szukany wektor to  $[-1, 1]$ .
- b)  $g(x) = f(x - 5) + 22$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 22 do góry oraz o 5 w prawo. Szukany wektor to  $[5, 22]$ .
- c)  $g(x) = f(x - 3) - 13$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 13 w dół oraz o 3 w prawo. Szukany wektor to  $[3, -13]$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

- a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 1 do góry oraz o 1 w lewo. Szukany wektor to  $[-1, 1]$ .
- b)  $g(x) = f(x - 5) + 22$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 22 do góry oraz o 5 w prawo. Szukany wektor to  $[5, 22]$ .
- c)  $g(x) = f(x - 3) - 13$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 13 w dół oraz o 3 w prawo. Szukany wektor to  $[3, -13]$ .
- d)  $g(x) = f(x + 11) - 11$ .

## Zadanie 1

Dla podanych funkcji  $g(x)$  podaj wektor, o który należy przesunąć wykres funkcji  $f(x)$ , by otrzymać wykres funkcji  $g(x)$ .

- a)  $g(x) = f(x + 1) + 1$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 1 do góry oraz o 1 w lewo. Szukany wektor to  $[-1, 1]$ .
- b)  $g(x) = f(x - 5) + 22$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 22 do góry oraz o 5 w prawo. Szukany wektor to  $[5, 22]$ .
- c)  $g(x) = f(x - 3) - 13$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 13 w dół oraz o 3 w prawo. Szukany wektor to  $[3, -13]$ .
- d)  $g(x) = f(x + 11) - 11$ . Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 11 w dół oraz o 11 w lewo. Szukany wektor to  $[-11, -11]$ .

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

a)  $[3, 3]$

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

- a)  $[3, 3]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 3 do góry oraz o 3 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x - 3} + 3$



## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

- a)  $[3, 3]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 3 do góry oraz o 3 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x - 3} + 3$
- b)  $[-1, 2]$

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

- a)  $[3, 3]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 3 do góry oraz o 3 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x - 3} + 3$
- b)  $[-1, 2]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 2 do góry oraz o 1 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x + 1} + 2$

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

- a)  $[3, 3]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 3 do góry oraz o 3 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x - 3} + 3$
- b)  $[-1, 2]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 2 do góry oraz o 1 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x + 1} + 2$
- c)  $[-5, -13]$

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

- a)  $[3, 3]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 3 do góry oraz o 3 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x - 3} + 3$
- b)  $[-1, 2]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 2 do góry oraz o 1 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x + 1} + 2$
- c)  $[-5, -13]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 13 w dół oraz o 5 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x + 5} - 13$

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

- a)  $[3, 3]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 3 do góry oraz o 3 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x-3} + 3$
- b)  $[-1, 2]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 2 do góry oraz o 1 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x+1} + 2$
- c)  $[-5, -13]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 13 w dół oraz o 5 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x+5} - 13$
- d)  $[7, -2]$

## Zadanie 2

Dana jest funkcja  $f(x) = \sqrt{x}$ . Zapisz wzór funkcji  $g(x)$ , której wykres powstał po przesunięciu wykresu funkcji o wektor:

- a)  $[3, 3]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 3 do góry oraz o 3 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x - 3} + 3$
- b)  $[-1, 2]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 2 do góry oraz o 1 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x + 1} + 2$
- c)  $[-5, -13]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 13 w dół oraz o 5 w lewo, czyli  $g(x) = \sqrt{x + 5} - 13$
- d)  $[7, -2]$  Wykres funkcji  $f$  został przesunięty o 2 w dół oraz o 7 w prawo, czyli  $g(x) = \sqrt{x - 7} - 2$

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x + 1} - 3$



## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x+1} - 3$

Zacznijemy od funkcji  $y = \sqrt{x}$  i wykonamy translację  $T_{[-1,-3]}$ .

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x+1} - 3$

Zaczniemy of funkcji  $y = \sqrt{x}$  i wykonamy translację  $T_{[-1,-3]}$ .

b)  $y = -(x+3)^2 - 1$

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x+1} - 3$

Zaczniemy od funkcji  $y = \sqrt{x}$  i wykonamy translację  $T_{[-1,-3]}$ .

b)  $y = -(x+3)^2 - 1$

Zaczniemy od funkcji  $y = x^2$  wykonamy najpierw symetrię osiową  $S_{Ox}$ , a następnie translację  $T_{[-3,-1]}$ .

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x+1} - 3$

Zaczniemy od funkcji  $y = \sqrt{x}$  i wykonamy translację  $T_{[-1,-3]}$ .

b)  $y = -(x+3)^2 - 1$

Zaczniemy od funkcji  $y = x^2$  wykonamy najpierw symetrię osiową  $S_{Ox}$ , a następnie translację  $T_{[-3,-1]}$ .

c)  $y = 1 - 2^{x-5}$

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x+1} - 3$

Zaczniemy od funkcji  $y = \sqrt{x}$  i wykonamy translację  $T_{[-1,-3]}$ .

b)  $y = -(x+3)^2 - 1$

Zaczniemy od funkcji  $y = x^2$  wykonamy najpierw symetrię osiową  $S_{OX}$ , a następnie translację  $T_{[-3,-1]}$ .

c)  $y = 1 - 2^{x-5}$

Zaczniemy od  $y = 2^x$ . Najpierw  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[5,1]}$ .

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x+1} - 3$

Zacznijemy od funkcji  $y = \sqrt{x}$  i wykonamy translację  $T_{[-1,-3]}$ .

b)  $y = -(x+3)^2 - 1$

Zacznijemy od funkcji  $y = x^2$  wykonamy najpierw symetrię osiową  $S_{OX}$ , a następnie translację  $T_{[-3,-1]}$ .

c)  $y = 1 - 2^{x-5}$

Zacznijemy od  $y = 2^x$ . Najpierw  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[5,1]}$ .

d)  $y = \frac{1}{x+2} + 5$

## Zadanie 3

Teraz dla podanej funkcji proszę podać funkcję, od której zaczniecie przekształcenia i ciąg przekształceń prowadzący danej funkcji.

a)  $y = \sqrt{x+1} - 3$

Zacznijemy od funkcji  $y = \sqrt{x}$  i wykonamy translację  $T_{[-1,-3]}$ .

b)  $y = -(x+3)^2 - 1$

Zacznijemy od funkcji  $y = x^2$  wykonamy najpierw symetrię osiową  $S_{OX}$ , a następnie translację  $T_{[-3,-1]}$ .

c)  $y = 1 - 2^{x-5}$

Zacznijemy od  $y = 2^x$ . Najpierw  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[5,1]}$ .

d)  $y = \frac{1}{x+2} + 5$

Zacznijemy od  $y = \frac{1}{x}$ . Wystarczy jedynie  $T_{[-2,5]}$ .

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .



## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$   
 $g(x) = f(x - 1) + 3 = 2(x - 1) + 5 + 3 = 2x + 6.$

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

- a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$   
 $g(x) = f(x - 1) + 3 = 2(x - 1) + 5 + 3 = 2x + 6$ .
- b)  $f(x) = x^2 + 1$ , przekształcenie  $T_{[-2,-3]}$

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

- a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$   
 $g(x) = f(x - 1) + 3 = 2(x - 1) + 5 + 3 = 2x + 6.$
- b)  $f(x) = x^2 + 1$ , przekształcenie  $T_{[-2,-3]}$   
 $g(x) = f(x + 2) - 3 = (x + 2)^2 + 1 - 3 = x^2 + 4x + 2.$

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

- a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$   
 $g(x) = f(x - 1) + 3 = 2(x - 1) + 5 + 3 = 2x + 6.$
- b)  $f(x) = x^2 + 1$ , przekształcenie  $T_{[-2,-3]}$   
 $g(x) = f(x + 2) - 3 = (x + 2)^2 + 1 - 3 = x^2 + 4x + 2.$
- c)  $f(x) = 2^x + x^2 + 5x$ , przekształcenie  $T_{[1,1]}$

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$

$$g(x) = f(x - 1) + 3 = 2(x - 1) + 5 + 3 = 2x + 6.$$

b)  $f(x) = x^2 + 1$ , przekształcenie  $T_{[-2,-3]}$

$$g(x) = f(x + 2) - 3 = (x + 2)^2 + 1 - 3 = x^2 + 4x + 2.$$

c)  $f(x) = 2^x + x^2 + 5x$ , przekształcenie  $T_{[1,1]}$

$$g(x) = f(x - 1) + 1 = 2^{x-1} + (x - 1)^2 + 5(x - 1) + 1 = 2^{x-1} + x^2 + 3x - 3.$$

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$

$$g(x) = f(x - 1) + 3 = 2(x - 1) + 5 + 3 = 2x + 6.$$

b)  $f(x) = x^2 + 1$ , przekształcenie  $T_{[-2,-3]}$

$$g(x) = f(x + 2) - 3 = (x + 2)^2 + 1 - 3 = x^2 + 4x + 2.$$

c)  $f(x) = 2^x + x^2 + 5x$ , przekształcenie  $T_{[1,1]}$

$$g(x) = f(x - 1) + 1 = 2^{x-1} + (x - 1)^2 + 5(x - 1) + 1 = 2^{x-1} + x^2 + 3x - 3.$$

d)  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ , przekształcenie  $T_{[3,1]}$

## Zadanie 4

Podany będzie wzór funkcji  $f$  oraz przekształcenia, w efekcie których otrzymujemy funkcję  $g$ . Trzeba zapisać wzór funkcji  $g$ .

a)  $f(x) = 2x + 5$ , przekształcenie:  $T_{[1,3]}$

$$g(x) = f(x - 1) + 3 = 2(x - 1) + 5 + 3 = 2x + 6.$$

b)  $f(x) = x^2 + 1$ , przekształcenie  $T_{[-2,-3]}$

$$g(x) = f(x + 2) - 3 = (x + 2)^2 + 1 - 3 = x^2 + 4x + 2.$$

c)  $f(x) = 2^x + x^2 + 5x$ , przekształcenie  $T_{[1,1]}$

$$g(x) = f(x - 1) + 1 = 2^{x-1} + (x - 1)^2 + 5(x - 1) + 1 = 2^{x-1} + x^2 + 3x - 3.$$

d)  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ , przekształcenie  $T_{[3,1]}$

$$g(x) = f(x - 3) + 1 = \frac{x-3+1}{x-3+2} + 1 = \frac{x-2}{x-1} + 1.$$



## Zadanie 4

e)  $f(x) = 3x - 1$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[2,-2]}$

## Zadanie 4

- e)  $f(x) = 3x - 1$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[2,-2]}$   
 $g(x) = -f(x - 2) - 2 = -(3(x - 2) - 1) - 2 = -3x + 5$ .

## Zadanie 4

- e)  $f(x) = 3x - 1$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[2,-2]}$   
 $g(x) = -f(x - 2) - 2 = -(3(x - 2) - 1) - 2 = -3x + 5$ .
- f)  $f(x) = 2x^2$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[-1,3]}$

## Zadanie 4

- e)  $f(x) = 3x - 1$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[2,-2]}$   
 $g(x) = -f(x - 2) - 2 = -(3(x - 2) - 1) - 2 = -3x + 5.$
- f)  $f(x) = 2x^2$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[-1,3]}$   
 $g(x) = -f(x + 1) + 3 = -2(x + 1)^2 + 3 = -2x^2 - 4x + 1.$

## Zadanie 4

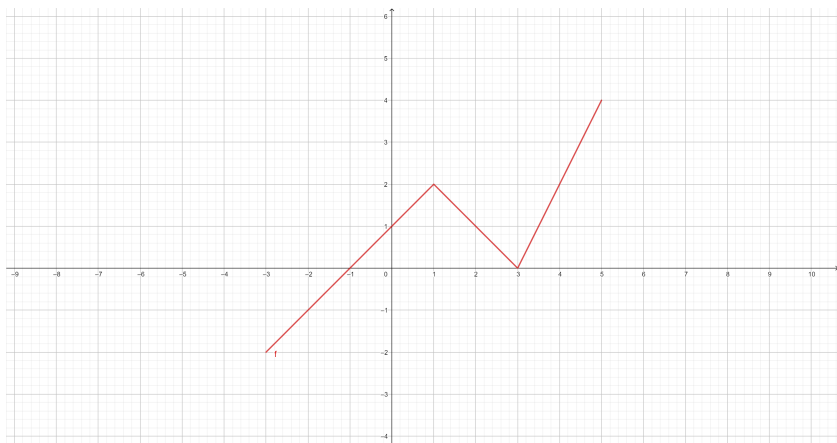
- e)  $f(x) = 3x - 1$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[2,-2]}$   
 $g(x) = -f(x - 2) - 2 = -(3(x - 2) - 1) - 2 = -3x + 5.$
- f)  $f(x) = 2x^2$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[-1,3]}$   
 $g(x) = -f(x + 1) + 3 = -2(x + 1)^2 + 3 = -2x^2 - 4x + 1.$
- g)  $f(x) = 2^x + x$ , przekształcenia:  $T_{[2,2]}$ , a następnie  $S_{OX}$

## Zadanie 4

- e)  $f(x) = 3x - 1$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[2,-2]}$   
 $g(x) = -f(x - 2) - 2 = -(3(x - 2) - 1) - 2 = -3x + 5.$
- f)  $f(x) = 2x^2$ , przekształcenia:  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[-1,3]}$   
 $g(x) = -f(x + 1) + 3 = -2(x + 1)^2 + 3 = -2x^2 - 4x + 1.$
- g)  $f(x) = 2^x + x$ , przekształcenia:  $T_{[2,2]}$ , a następnie  $S_{OX}$   
 $g(x) = -(f(x - 2) + 2) = -(2^{x-2} + (x - 2) + 2) = -2^{x-2} - x.$

## Zadanie 5

Diagram przedstawia wykres funkcji  $f(x)$



Naszkiuj funkcje  $g(x) = f(x + 3) + 1$  oraz  $h(x) = -f(x - 2) + 3$

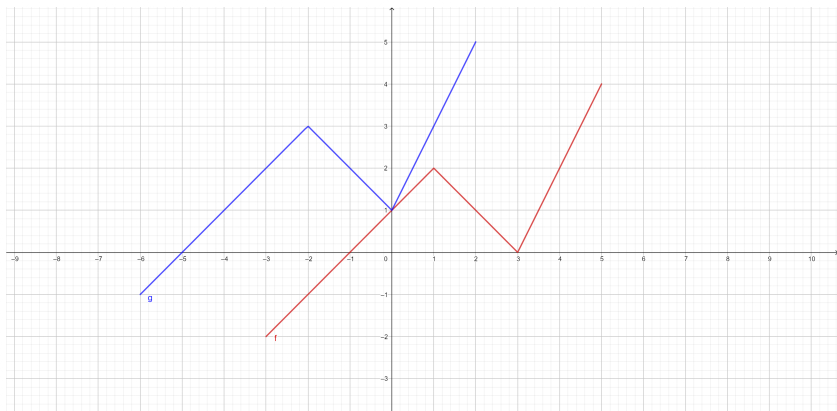
## Zadanie 5

Mamy  $g(x) = f(x + 3) + 1$ , czyli wykres funkcji  $f$  przesuwamy o wektor  $[-3, 1]$  (3 jednostki w lewo, jedną do góry):



## Zadanie 5

Mamy  $g(x) = f(x + 3) + 1$ , czyli wykres funkcji  $f$  przesuujemy o wektor  $[-3, 1]$  (3 jednostki w lewo, jedną do góry):

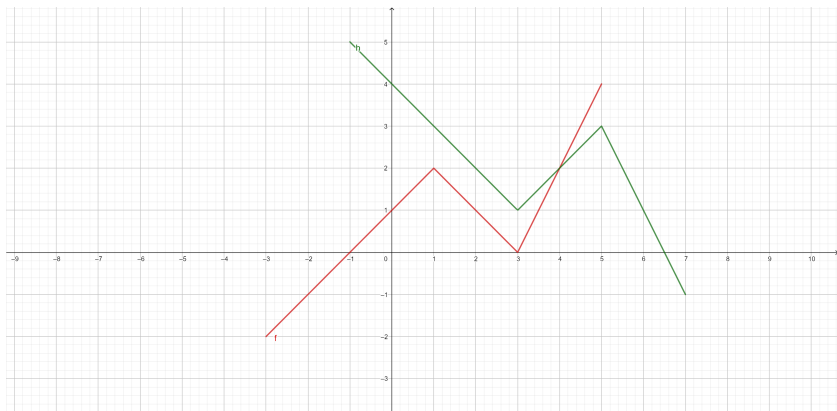


## Zadanie 5

$h(x) = -f(x - 2) + 3$ . Tu mamy dwa przekształcenia. Najpierw symetria osiowa względem osi OX, by uzyskać  $-f(x)$ , a później przesunięcie o wektor  $[2, 3]$ :

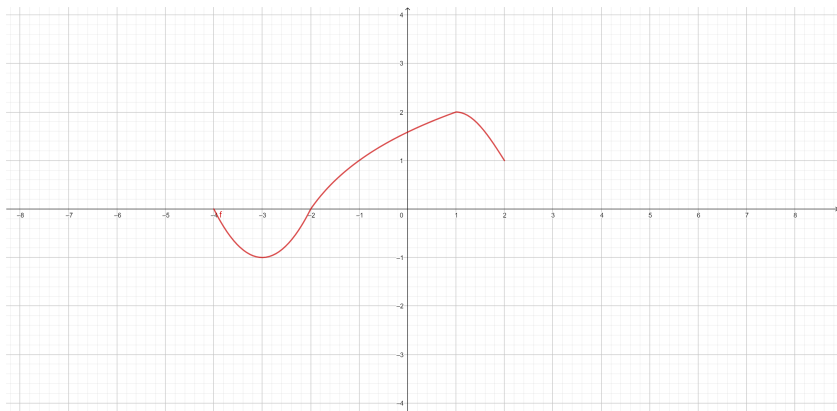
## Zadanie 5

$h(x) = -f(x - 2) + 3$ . Tu mamy dwa przekształcenia. Najpierw symetria osiowa względem osi OX, by uzyskać  $-f(x)$ , a później przesunięcie o wektor  $[2, 3]$ :



## Zadanie 5

Diagram przedstawia wykres funkcji  $f(x)$



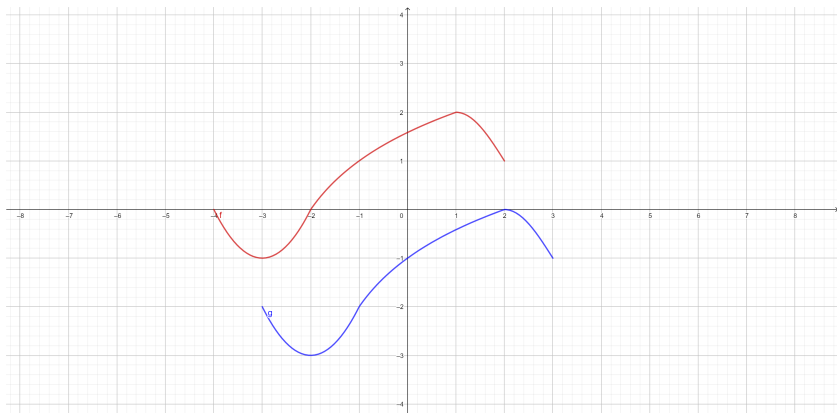
Naszkcuj funkcje  $g(x) = f(x - 1) - 2$  oraz  $h(x) = -f(x - 2) + 3$

## Zadanie 5

Mamy  $g(x) = f(x - 1) - 2$ , czyli wykres funkcji  $f$  przesuwamy o wektor  $[1, -2]$  (1 jednostkę w prawo, dwie w dół):

## Zadanie 5

Mamy  $g(x) = f(x - 1) - 2$ , czyli wykres funkcji  $f$  przesuwamy o wektor  $[1, -2]$  (1 jednostkę w prawo, dwie w dół):

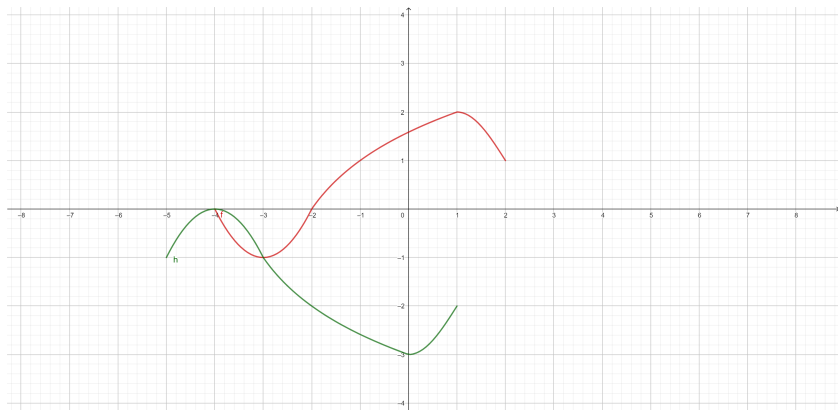


## Zadanie 5

Mamy  $h(x) = -f(x + 1) - 1$ , czyli najpierw  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[-1,-1]}$ :

## Zadanie 5

Mamy  $h(x) = -f(x + 1) - 1$ , czyli najpierw  $S_{OX}$ , a następnie  $T_{[-1,-1]}$ :





Na jutrzejszej kartkówce będą przykłady podobne do powyższych oraz do zadań, które robiliśmy na lekcji (nie tylko tych ze zbioru).