

Wzory Viete'a

Na prezentacji powtórzymy materiał z lekcji.

Wzory - przypomnienie

Wyprowadzimy wzory Viete'a innym sposobem.

Wzory - przypomnienie

Wyprowadzimy wzory Viete'a innym sposobem. Najpierw przypomnijmy:

Miejsca zerowe

Dla danej funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$, w której $\Delta > 0$, mamy dwa miejsca zerowe:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Wzory

Wzory Viete'a dotyczą sumy i iloczynu miejsc zerowych. Policzmy je.

Wzory

Wzory Viete'a dotyczą sumy i iloczynu miejsc zerowych. Policzmy je.

Łatwo zauważyć, że:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

Wzory

Wzory Viete'a dotyczą sumy i iloczynu miejsc zerowych. Policzmy je.

Łatwo zauważyć, że:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

Podobnie:

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

Wzory

Wzory Viete'a

Dla funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$ mamy:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

Wzory

Wzory Viete'a

Dla funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$ mamy:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$$

Drobna (mało istotna) uwaga: w powyższym wzorze warunek $\Delta > 0$ został pominięty. Oczywiście jeśli $\Delta = 0$, to mamy $x_1 = x_2$ i wzory nadal działają. Gdy $\Delta < 0$ to funkcja nie ma rzeczywistych miejsc zerowych, ale powyższe wzory nadal działają dla miejsc zerowych nierzeczywistych. Nie jest to jednak dla nas szczególnie istotne.

Przykłady

Oblicz sumę miejsc zerowych funkcji $f(x) = x^2 - 7x + 3$.

Przykłady

Oblicz sumę miejsc zerowych funkcji $f(x) = x^2 - 7x + 3$.

$\Delta = 49 - 12 = 37 > 0$, są dwa miejsca zerowe. $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 7$

Przykłady

Oblicz sumę miejsc zerowych funkcji $f(x) = x^2 - 7x + 3$.

$\Delta = 49 - 12 = 37 > 0$, są dwa miejsca zerowe. $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 7$

Oblicz iloczyn miejsc zerowych funkcji $f(x) = -x^2 + 12x - 4$.

Przykłady

Oblicz sumę miejsc zerowych funkcji $f(x) = x^2 - 7x + 3$.

$$\Delta = 49 - 12 = 37 > 0, \text{ są dwa miejsca zerowe. } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 7$$

Oblicz iloczyn miejsc zerowych funkcji $f(x) = -x^2 + 12x - 4$.

$$\Delta = 144 - 16 = 128 > 0, \text{ są dwa miejsca zerowe. } x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = 4$$

Przykłady cd.

Oblicz odwrotność sumy miejsc zerowych funkcji $f(x) = 2x^2 - 11x + 4$.

Przykłady cd.

Oblicz odwrotność sumy miejsc zerowych funkcji $f(x) = 2x^2 - 11x + 4$.

$\Delta = 121 - 32 = 89 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$\frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{a}{-b} = \frac{2}{11}$$

Przykłady cd.

Oblicz odwrotność sumy miejsc zerowych funkcji $f(x) = 2x^2 - 11x + 4$.

$\Delta = 121 - 32 = 89 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$\frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{a}{-b} = \frac{2}{11}$$

Oblicz sumę odwrotności miejsc zerowych funkcji $f(x) = -3x^2 - x + 4$.

Przykłady cd.

Oblicz odwrotność sumy miejsc zerowych funkcji $f(x) = 2x^2 - 11x + 4$.

$\Delta = 121 - 32 = 89 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$\frac{1}{x_1 + x_2} = \frac{a}{-b} = \frac{2}{11}$$

Oblicz sumę odwrotności miejsc zerowych funkcji $f(x) = -3x^2 - x + 4$.

$\Delta = 1 + 48 = 49 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{-b}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{c} = \frac{1}{4}$$

Przykłady cd.

Oblicz sumę kwadratów miejsc zerowych funkcji $f(x) = 0.3x^2 + 0.7x - 0.1$.

Przykłady cd.

Oblicz sumę kwadratów miejsc zerowych funkcji $f(x) = 0.3x^2 + 0.7x - 0.1$.

$\Delta = 0.49 + 0.12 = 0.61 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2 \times \frac{c}{a} = \\ &= \left(\frac{-0.7}{0.3}\right)^2 - 2 \times \frac{-0.1}{0.3} = \frac{49}{9} + \frac{2}{3} = \frac{55}{9}\end{aligned}$$

Przykłady cd.

Oblicz sumę kwadratów miejsc zerowych funkcji $f(x) = 0.3x^2 + 0.7x - 0.1$.

$\Delta = 0.49 + 0.12 = 0.61 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2 \times \frac{c}{a} = \\ &= \left(\frac{-0.7}{0.3}\right)^2 - 2 \times \frac{-0.1}{0.3} = \frac{49}{9} + \frac{2}{3} = \frac{55}{9}\end{aligned}$$

Oblicz kwadrat sumy miejsc zerowych funkcji $f(x) = -5x^2 - 7x$.

Przykłady cd.

Oblicz sumę kwadratów miejsc zerowych funkcji $f(x) = 0.3x^2 + 0.7x - 0.1$.

$\Delta = 0.49 + 0.12 = 0.61 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$\begin{aligned}x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 - 2 \times \frac{c}{a} = \\ &= \left(\frac{-0.7}{0.3}\right)^2 - 2 \times \frac{-0.1}{0.3} = \frac{49}{9} + \frac{2}{3} = \frac{55}{9}\end{aligned}$$

Oblicz kwadrat sumy miejsc zerowych funkcji $f(x) = -5x^2 - 7x$.

$\Delta = 49 - 0 = 49 > 0$, są dwa miejsca zerowe.

$$(x_1 + x_2)^2 = \left(\frac{-b}{a}\right)^2 = \frac{49}{25}$$

Podsumowanie

Kluczowa jest umiejętność zapisania bardziej skomplikowanych wyrażeń przy pomocy sumy i iloczynu.

Podsumowanie

Kluczowa jest umiejętność zapisania bardziej skomplikowanych wyrażeń przy pomocy sumy i iloczynu.

Podstawa to:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{\text{suma}}{\text{iloczyn}}$$

Podsumowanie

Kluczowa jest umiejętność zapisania bardziej skomplikowanych wyrażeń przy pomocy sumy i iloczynu.

Podstawa to:

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{\text{suma}}{\text{iloczyn}}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (\text{suma})^2 - 2 \times \text{iloczyn}$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} =$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

$$|x_1 - x_2| =$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$x_1^3 + x_2^3 =$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

$$x_1^4 + x_2^4 =$$

Jeszcze kilka ćwiczeń

Spróbujcie samodzielnie znaleźć wzory na (rozwiązania wyświetlają się na kolejnych slajdach):

$$\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2}$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3x_1x_2(x_1 + x_2)$$

$$x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2x_2^2 = ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2)^2 - 2(x_1x_2)^2$$

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.