Pierwsza część zadania

Zapisz rekurencyjną definicję ciągu Fibonacciego (czyli pierwsze dwa wyrazy oraz reguła, według której powstają kolejne). Będziemy używali oznaczenia F_n, dla n-tego wyrazu ciągu Fibonacciego.

Zapisz rekurencyjną definicję ciągu Fibonacciego (czyli pierwsze dwa wyrazy oraz reguła, według której powstają kolejne). Będziemy używali oznaczenia F_n, dla n-tego wyrazu ciągu Fibonacciego. Wypisz pierwsze dziesięć wyrazów tego ciągu (czyli $F_1, F_2, ..., F_{10}$).

Zapisz rekurencyjną definicję ciągu Fibonacciego (czyli pierwsze dwa wyrazy oraz reguła, według której powstają kolejne). Będziemy używali oznaczenia F_n, dla n-tego wyrazu ciągu Fibonacciego. Wypisz pierwsze dziesięć wyrazów tego ciągu (czyli $F_1, F_2, ..., F_{10}$).

Oblicz stosunki kolejnych wyrazów, to jest $\frac{F_2}{F_1}$, $\frac{F_3}{F_2}$, $\frac{F_4}{F_3}$, ..., $\frac{F_{10}}{F_9}$.

Zapisz rekurencyjną definicję ciągu Fibonacciego (czyli pierwsze dwa wyrazy oraz reguła, według której powstają kolejne). Będziemy używali oznaczenia F_n, dla n-tego wyrazu ciągu Fibonacciego. Wypisz pierwsze dziesięć wyrazów tego ciągu (czyli $F_1, F_2, \ldots, F_{10}$).

Oblicz stosunki kolejnych wyrazów, to jest $\frac{F_2}{F_1}$, $\frac{F_3}{F_2}$, $\frac{F_4}{F_3}$, ..., $\frac{F_{10}}{F_9}$.

Pierwsze części pracy domowej będą dotyczyły granicy, do której zmierzają te stosunki, czyli $\lim_{n \to \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$

Równanie kwadratowe

Przyjrzymy się równaniu kwadratowemu:

$$x^2 = x + 1$$

Równanie kwadratowe

Przyjrzymy się równaniu kwadratowemu:

$$x^2 = x + 1$$

Załóżmy, że ϕ i ψ są rozwiązaniami tego równania.

Równanie kwadratowe

Przyjrzymy się równaniu kwadratowemu:

$$x^2 = x + 1$$

Załóżmy, że ϕ i ψ są rozwiązaniami tego równania.

Co możemy powiedzieć o ϕ i ψ?

Równanie kwadratowe

Przyjrzymy się równaniu kwadratowemu:

$$x^2 = x + 1$$

Załóżmy, że ϕ i ψ są rozwiązaniami tego równania.

Co możemy powiedzieć o ϕ i ψ?

Czy wiemy, że $\phi \neq \psi$?

Równanie kwadratowe

Przyjrzymy się równaniu kwadratowemu:

$$x^2 = x + 1$$

Załóżmy, że ϕ i ψ są rozwiązaniami tego równania.

Co możemy powiedzieć o ϕ i ψ?

Czy wiemy, że $\phi \neq \psi$?

Czy wiemy, że $\phi \neq 0 \neq \psi$? To znaczy, że żadne z rozwiązań nie jest zerem.

Równanie kwadratowe

Przyjrzymy się równaniu kwadratowemu:

$$x^2 = x + 1$$

Załóżmy, że ϕ i ψ są rozwiązaniami tego równania.

Co możemy powiedzieć o ϕ i ψ?

Czy wiemy, że $\phi \neq \psi$?

Czy wiemy, że $\phi \neq 0 \neq \psi$? To znaczy, że żadne z rozwiązań nie jest zerem.

Obliczcie teraz dokładną wartość ϕ oraz ψ.

Równanie kwadratowe

Niech ϕ będzie większym z rozwiązań naszego równania (to jest przyjmujemy, że $\phi > \psi$, pamiętajcie, że ϕ i ψ to są tylko nasze oznaczenia, więc nie ma znaczenia, do którego rozwiązania przyporządkujeny którą literkę).

Równanie kwadratowe

Niech ϕ będzie większym z rozwiązań naszego równania (to jest przyjmujemy, że $\phi > \psi$, pamiętajcie, że ϕ i ψ to są tylko nasze oznaczenia, więc nie ma znaczenia, do którego rozwiązania przyporządkujeny którą literkę). Skoro ϕ jest rozwiązaniem rówania:

$$x^2 = x + 1$$

to znaczy, że:

$$\phi^2 = \phi + 1 \tag{1}$$

Oznaczmy to równanie jako (1), bo będziemy z niego sporo korzystali.

Równanie kwadratowe

Jeśli pomnożymy obie strony równania (1) przez ϕ otrzymamy:

$$\phi^3 = \phi^2 + \phi$$

Równanie kwadratowe

Jeśli pomnożymy obie strony równania (1) przez ϕ otrzymamy:

$$\phi^3 = \phi^2 + \phi$$

Możemy teraz wykorzystać (1) i podstawić po lewej stronie zamiast ϕ^2, by otrzymać:

$$\phi^3 = \phi + 1 + \phi$$

co daje:

$$\phi^3 = 2\phi + 1 \tag{2}$$

Równanie kwadratowe

Jeśli pomnożymy obie strony równania (1) przez ϕ otrzymamy:

$$\phi^3 = \phi^2 + \phi$$

Możemy teraz wykorzystać (1) i podstawić po lewej stronie zamiast ϕ^2, by otrzymać:

$$\phi^3 = \phi + 1 + \phi$$

co daje:

$$\phi^3 = 2\phi + 1 \tag{2}$$

To jest nasze drugie równanie.

Równanie kwadratowe

Dalej postępujemy analogicznie. Mnożymy obie strony (2) przez ϕ i otrzymujemy:

$$\phi^4 = 2\phi^2 + \phi$$

Równanie kwadratowe

Dalej postępujemy analogicznie. Mnożymy obie strony (2) przez ϕ i otrzymujemy:

$$\phi^4 = 2\phi^2 + \phi$$

Korzystając z (1) pozbywamy się ϕ^2:

$$\phi^4 = 2(\phi + 1) + \phi$$

i otrzymujemy:

$$\phi^4 = 3\phi + 2 \tag{3}$$

Równanie kwadratowe

Waszym zadaniem jest stworzenie kolejnych równań dla $\phi^5, \phi^6, \dots$ aż do ϕ^{10}. W każdym przypadku po prawej stronie chcemy mieć tylko wielokrotność ϕ plus jakaś stała.

Równanie kwadratowe

Waszym zadaniem jest stworzenie kolejnych równań dla $\phi^5, \phi^6, \ldots$ aż do ϕ^{10}. W każdym przypadku po prawej stronie chcemy mieć tylko wielokrotność ϕ plus jakaś stała.

Proszę zapisać wszystkie rówania jedno pod drugim i dokładnie przyjrzęć się współczynnikom przy ϕ oraz stałym po prawej stronie. Co zauważacie?

Równanie kwadratowe

Waszym zadaniem jest stworzenie kolejnych równań dla $\phi^5, \phi^6, \ldots$ aż do ϕ^{10}. W każdym przypadku po prawej stronie chcemy mieć tylko wielokrotność ϕ plus jakaś stała.

Proszę zapisać wszystkie rówania jedno pod drugim i dokładnie przyjrzęć się współczynnikom przy ϕ oraz stałym po prawej stronie. Co zauważacie? Czy jesteście w stanie (korzystając z F_n) zapisać wzór na ϕ^n?