Równanie okręgu

Wprowadzenie

Musimy umieć zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu.

Wprowadzenie

Musimy umieć zapisać równanie okręgu o danym środku i promieniu.

Zacznijmy od przypomnienia definicji.

Okrąg

Okrąg o promieniu r (gdzie $r > 0$) i środku A to zbiór punktów odległych od punktu A o r.

Przykład wprowadzający

Niech $A(2,1)$ oraz $r = 3$. Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w A i promieniu r.

Przykład wprowadzający

Niech $A(2,1)$ oraz $r = 3$. Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w A i promieniu r.

Chcemy więc znaleźć równanie, które jest spełnione przez wszystkie i tylko te punkty, które są odległe od A o 3. Weźmy dowolny punkt $B = (x, y)$.

Przykład wprowadzający

Niech $A(2,1)$ oraz $r = 3$. Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w A i promieniu r.

Chcemy więc znaleźć równanie, które jest spełnione przez wszystkie i tylko te punkty, które są odległe od A o 3. Weźmy dowolny punkt $B = (x, y)$. Zapiszmy wektor $\overrightarrow{AB} = [x - 2, y - 1]$.

Przykład wprowadzający

Niech $A(2,1)$ oraz $r = 3$. Chcemy zapisać równanie okręgu o środku w A i promieniu r.

Chcemy więc znaleźć równanie, które jest spełnione przez wszystkie i tylko te punkty, które są odległe od A o 3. Weźmy dowolny punkt $B = (x, y)$. Zapiszmy wektor $\overrightarrow{AB} = [x - 2, y - 1]$. Chcemy, by długość tego wektora wynosiła 3, czyli

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = 3$$

Obie strony są nieujemne, więc podnosimy do kwadratu i otrzymujemy:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$$

Równanie okręgu

Oczywiście zamiast pracować na liczbach mogliśmy pracować na literach, otrzymalibyśmy wtedy następujący wzór:

Równanie okręgu

Okrąg o środku w punkcie $S(a, b)$ i promieniu r $(r > 0)$ dany jest równaniem:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

Równanie okręgu

Oczywiście zamiast pracować na liczbach mogliśmy pracować na literach, otrzymalibyśmy wtedy następujący wzór:

Równanie okręgu

Okrąg o środku w punkcie $S(a, b)$ i promieniu r ($r > 0$) dany jest równaniem:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Tak zapisane równanie nazywamy **równaniem kanonicznym**.

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3,5)$, $r = 2$,

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3, 5)$, $r = 2$,
$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$,

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3, 5)$, $r = 2$,
$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$,

b) $S(-1, 2)$, $r = \sqrt{2}$,

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3,5)$, $r = 2$,
$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$,

b) $S(-1,2)$, $r = \sqrt{2}$,
$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$,

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3,5)$, $r = 2$,
$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$,

b) $S(-1,2)$, $r = \sqrt{2}$,
$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$,

c) $S(2,-3)$, $r = \frac{1}{2}$,

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3,5)$, $r = 2$,
$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$,

b) $S(-1,2)$, $r = \sqrt{2}$,
$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$,

c) $S(2,-3)$, $r = \frac{1}{2}$,
$(x-2)^2 + (y+3)^2 = \frac{1}{4}$,

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3,5)$, $r=2$,
$(x-3)^2+(y-5)^2=4$,

b) $S(-1,2)$, $r=\sqrt{2}$,
$(x+1)^2+(y-2)^2=2$,

c) $S(2,-3)$, $r=\frac{1}{2}$,
$(x-2)^2+(y+3)^2=\frac{1}{4}$,

d) $S(-5,0)$, $r=1$,

Ćwiczenia

Zapisz równanie kanoniczne okręgu mając dane współrzędne środka oraz promień:

a) $S(3, 5)$, $r = 2$,
$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4$,

b) $S(-1, 2)$, $r = \sqrt{2}$,
$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$,

c) $S(2, -3)$, $r = \frac{1}{2}$,
$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = \frac{1}{4}$,

d) $S(-5, 0)$, $r = 1$,
$(x + 5)^2 + y^2 = 1$,

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 3$,

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2+(y-2)^2=3$,
$S(-4,2)$, $r=\sqrt{3}$,

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2+(y-2)^2=3$,
$S(-4,2)$, $r=\sqrt{3}$,

b) $x^2+y^2=1$,

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 3$,
$S(-4, 2)$, $r = \sqrt{3}$,

b) $x^2 + y^2 = 1$,
$S(0, 0)$, $r = 1$,

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 3,$
$S(-4, 2),\ r = \sqrt{3},$

b) $x^2 + y^2 = 1,$
$S(0, 0),\ r = 1,$

c) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{2},$

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 3$,
$S(-4, 2)$, $r = \sqrt{3}$,

b) $x^2 + y^2 = 1$,
$S(0, 0)$, $r = 1$,

c) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{2}$,
$S(-1, -2)$, $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 3$,
$S(-4, 2)$, $r = \sqrt{3}$,

b) $x^2 + y^2 = 1$,
$S(0, 0)$, $r = 1$,

c) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{2}$,
$S(-1, -2)$, $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

d) $x^2 + (y+6)^2 = 25$,

Ćwiczenia

Odczytaj współrzędne środka oraz promień okręgu z podanego równania:

a) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 3$,
$S(-4, 2),\ r = \sqrt{3}$,

b) $x^2 + y^2 = 1$,
$S(0, 0),\ r = 1$,

c) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{2}$,
$S(-1, -2),\ r = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

d) $x^2 + (y+6)^2 = 25$,
$S(0, -6),\ r = 5$,

Równanie okręgu

Równanie okręgu może też być zapisane w tzw. postaci ogólnej:

Równanie okręgu

Równanie okręgu może też być zapisane w tzw. postaci ogólnej: :

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

Równanie okręgu

Równanie okręgu może też być zapisane w tzw. postaci ogólnej: :

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

Jest to równanie okręgu o środku w punkcie (a, b) i promieniu $r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Równanie okręgu

Równanie okręgu może też być zapisane w tzw. postaci ogólnej: :

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$$

Jest to równanie okręgu o środku w punkcie (a, b) i promieniu $r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Nie ma potrzeby uczyć się tych wzorów. Trzeba natomiast umieć zamienić tę postać na postać kanoniczną.

Równanie okręgu

Mają równanie w postaci ogólnej:

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$$

grupujemy wyrazy:

Równanie okręgu

Mają równanie w postaci ogólnej:

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$$

grupujemy wyrazy:

$$x^2 - 4x + y^2 + 8y + 11 = 0$$

widzimy, że potrzebujemy 4, by dopełnić do kwadratu $(x-2)^2$ oraz 16, by dopełnić $(y+4)^2$, więc dodamy do obu stron 9 (potrzebujemy w sumie 20, a 11 już mamy):

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = 9$$

Równanie okręgu

Mają równanie w postaci ogólnej:

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$$

grupujemy wyrazy:

$$x^2 - 4x + y^2 + 8y + 11 = 0$$

widzimy, że potrzebujemy 4, by dopełnić do kwadratu $(x - 2)^2$ oraz 16, by dopełnić $(y + 4)^2$, więc dodamy do obu stron 9 (potrzebujemy w sumie 20, a 11 już mamy):

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = 9$$

Co daje:

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 9$$

Równanie okręgu

Mają równanie w postaci ogólnej:

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y + 11 = 0$$

grupujemy wyrazy:

$$x^2 - 4x + y^2 + 8y + 11 = 0$$

widzimy, że potrzebujemy 4, by dopełnić do kwadratu $(x-2)^2$ oraz 16, by dopełnić $(y+4)^2$, więc dodamy do obu stron 9 (potrzebujemy w sumie 20, a 11 już mamy):

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = 9$$

Co daje:

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = 9$$

Mamy więc okrą o środku w $(2, -4)$ i promieniu 3.

Ćwiczenia

Zamień równania w postaci ogólnej na postać kanoniczną i zapisz środek oraz promień danego okręgu:

Ćwiczenia

Zamień równania w postaci ogólnej na postać kanoniczną i zapisz środek oraz promień danego okręgu:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0,$

Ćwiczenia

Zamień równania w postaci ogólnej na postać kanoniczną i zapisz środek oraz promień danego okręgu:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0,$

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2,\ S(-1,3),\ r = \sqrt{2}.$

Ćwiczenia

Zamień równania w postaci ogólnej na postać kanoniczną i zapisz środek oraz promień danego okręgu:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$,

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2$, $S(-1, 3)$, $r = \sqrt{2}$.

b) $x^2 + y^2 - x + y = 0$,

Ćwiczenia

Zamień równania w postaci ogólnej na postać kanoniczną i zapisz środek oraz promień danego okręgu:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0,$

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2,\ S(-1, 3),\ r = \sqrt{2}.$

b) $x^2 + y^2 - x + y = 0,$

$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2},\ S\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right),\ r = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Ćwiczenia

Zamień równania w postaci ogólnej na postać kanoniczną i zapisz środek oraz promień danego okręgu:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0,$

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2,\ S(-1,3),\ r = \sqrt{2}.$

b) $x^2 + y^2 - x + y = 0,$

$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2},\ S\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right),\ r = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

c) $x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}x - 4\sqrt{3}y + 10 = 0,$

Ćwiczenia

Zamień równania w postaci ogólnej na postać kanoniczną i zapisz środek oraz promień danego okręgu:

a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 8 = 0$,

$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 2,\ S(-1,3),\ r = \sqrt{2}.$

b) $x^2 + y^2 - x + y = 0$,

$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2},\ S\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right),\ r = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

c) $x^2 + y^2 + 2\sqrt{2}x - 4\sqrt{3}y + 10 = 0$,

$(x+\sqrt{2})^2 + (y-2\sqrt{3})^2 = 4,\ S(-\sqrt{2}, 2\sqrt{3}),\ r = 2.$

Teraz przenalizujemy metody na znalezienie równania okręgu mając dane:

- środek i punkt na okręgu,

- dwa punkty na okręgu i prostą, na której znajduje się środek,

- trzy punkty na okręgu.

Przykład 1

Znajdź równanie okręgu o środku w $S(1, -3)$ i zawierającego punkt $A(2, 1)$.

Przykład 1

Znajdź równanie okręgu o środku w $S(1, -3)$ i zawierającego punkt $A(2, 1)$. Tu sprawa jest bardzo prosta. Musimy jedynie obliczyć promień.

Przykład 1

Znajdź równanie okręgu o środku w $S(1, -3)$ i zawierającego punkt $A(2, 1)$. Tu sprawa jest bardzo prosta. Musimy jedynie obliczyć promień. Możemy to zrobić obliczając długość wektora $\overrightarrow{SA}$ lub po prostu podstawiając punkt A do wzoru okręgu:

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = r^2$$

Przykład 1

Znajdź równanie okręgu o środku w $S(1, -3)$ i zawierającego punkt $A(2, 1)$. Tu sprawa jest bardzo prosta. Musimy jedynie obliczyć promień. Możemy to zrobić obliczając długość wektora $\overrightarrow{SA}$ lub po prostu podstawiając punkt A do wzoru okręgu:

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = r^2$$

Podstawiając $A(2, 1)$ otrzymujemy $r^2 = 17$, czyli nasze równanie to:

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 17$$

Przykład 2 - zadanie 6.61 (a)

Mamy dane punkty $A(5, 10)$ oraz $B(3, 12)$. Dodatkowo wiemy, że środek okręgu leży na prostej $y = -2x - 2$, czyli możemy zapisać jego współrzędne jako $S(x, -2x - 2)$.

Przykład 2 - zadanie 6.61 (a)

Mamy dane punkty $A(5,10)$ oraz $B(3,12)$. Dodatkowo wiemy, że środek okręgu leży na prostej $y=-2x-2$, czyli możemy zapisać jego współrzędne jako $S(x,-2x-2)$.

Wiemy, że długości odcinków SA i SB muszą być równe (są promieniami naszego okręgu). Mamy $\overrightarrow{SA}=[5-x,12+2x]$ oraz $\overrightarrow{SB}=[3-x,14+2x]$.

Przykład 2 - zadanie 6.61 (a)

Mamy dane punkty $A(5, 10)$ oraz $B(3, 12)$. Dodatkowo wiemy, że środek okręgu leży na prostej $y = -2x - 2$, czyli możemy zapisać jego współrzędne jako $S(x, -2x - 2)$.

Wiemy, że długości odcinków SA i SB muszą być równe (są promieniami naszego okręgu). Mamy $\overrightarrow{SA} = [5 - x, 12 + 2x]$ oraz $\overrightarrow{SB} = [3 - x, 14 + 2x]$. Możemy zapisać teraz równanie:

$$(5 - x)^2 + (12 + 2x)^2 = (3 - x)^2 + (14 + 2x)^2$$

Przykład 2 - zadanie 6.61 (a)

Mamy dane punkty $A(5, 10)$ oraz $B(3, 12)$. Dodatkowo wiemy, że środek okręgu leży na prostej $y = -2x - 2$, czyli możemy zapisać jego współrzędne jako $S(x, -2x - 2)$.

Wiemy, że długości odcinków SA i SB muszą być równe (są promieniami naszego okręgu). Mamy $\overrightarrow{SA} = [5 - x, 12 + 2x]$ oraz $\overrightarrow{SB} = [3 - x, 14 + 2x]$. Możemy zapisać teraz równanie:

$$(5 - x)^2 + (12 + 2x)^2 = (3 - x)^2 + (14 + 2x)^2$$

Rozwiązujemy i otrzymujemy $x = -3$, to daje $y = 4$, a wektor $\overrightarrow{SA} = [8, 6]$, którego długość to 10.

Przykład 2 - zadanie 6.61 (a)

Mamy dane punkty $A(5, 10)$ oraz $B(3, 12)$. Dodatkowo wiemy, że środek okręgu leży na prostej $y = -2x - 2$, czyli możemy zapisać jego współrzędne jako $S(x, -2x - 2)$.

Wiemy, że długości odcinków SA i SB muszą być równe (są promieniami naszego okręgu). Mamy $\overrightarrow{SA} = [5 - x, 12 + 2x]$ oraz $\overrightarrow{SB} = [3 - x, 14 + 2x]$. Możemy zapisać teraz równanie:

$$(5 - x)^2 + (12 + 2x)^2 = (3 - x)^2 + (14 + 2x)^2$$

Rozwiązujemy i otrzymujemy $x = -3$, to daje $y = 4$, a wektor $\overrightarrow{SA} = [8, 6]$, którego długość to 10. Otrzymujemy równanie:

$$(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 100$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

Mamy trzy punkty $A(1,3), B(5,1)$ i $C(4,4)$. Chcemy znaleźć równanie okręgu, który przez nie przechodzi.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

Mamy trzy punkty $A(1,3), B(5,1)$ i $C(4,4)$. Chcemy znaleźć równanie okręgu, który przez nie przechodzi.

Zrobimy to zadanie na dwa sposoby.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

Niech środek to $S(a, b)$, a promień to r. Czyli nasze równanie to:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

Niech środek to $S(a, b)$, a promień to r. Czyli nasze równanie to:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Podstawmy teraz nasze trzy punkty. Otrzymamy 3 równania:

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

Niech środek to $S(a, b)$, a promień to r. Czyli nasze równanie to:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

Podstawmy teraz nasze trzy punkty. Otrzymamy 3 równania:

$$\begin{cases}(1-a)^2+(3-b)^2=r^2\\(5-a)^2+(1-b)^2=r^2\\(4-a)^2+(4-b)^2=r^2\end{cases}$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

Niech środek to $S(a, b)$, a promień to r. Czyli nasze równanie to:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

Podstawmy teraz nasze trzy punkty. Otrzymamy 3 równania:

$$\begin{cases}(1-a)^2+(3-b)^2=r^2\\(5-a)^2+(1-b)^2=r^2\\(4-a)^2+(4-b)^2=r^2\end{cases}$$

Możemy to zapisać jako:

$$\begin{cases}a^2-2a+b^2-6b+10=r^2\\a^2-10a+b^2-2b+26=r^2\\a^2-8a+b^2-8b+32=r^2\end{cases}$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

$$\begin{cases} a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = r^2 \\ a^2 - 10a + b^2 - 2b + 26 = r^2 \\ a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = r^2 \end{cases}$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

$$\begin{cases} a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = r^2 \\ a^2 - 10a + b^2 - 2b + 26 = r^2 \\ a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = r^2 \end{cases}$$

Odejmijmy teraz równanie (3) od (1) i od (2). Otrzymujemy:

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

$$\begin{cases} a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = r^2 \\ a^2 - 10a + b^2 - 2b + 26 = r^2 \\ a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = r^2 \end{cases}$$

Odejmijmy teraz równanie (3) od (1) i od (2). Otrzymujemy:

$$\begin{cases} 6a + 2b - 22 = 0 \\ -2a + 6b - 6 = 0 \end{cases}$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

$$\begin{cases} a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = r^2 \\ a^2 - 10a + b^2 - 2b + 26 = r^2 \\ a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = r^2 \end{cases}$$

Odejmijmy teraz równanie (3) od (1) i od (2). Otrzymujemy:

$$\begin{cases} 6a + 2b - 22 = 0 \\ -2a + 6b - 6 = 0 \end{cases}$$

Teraz już prosta sprawa - dwa równania i dwie niewiadome.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

$$\begin{cases} a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = r^2 \\ a^2 - 10a + b^2 - 2b + 26 = r^2 \\ a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = r^2 \end{cases}$$

Odejmijmy teraz równanie (3) od (1) i od (2). Otrzymujemy:

$$\begin{cases} 6a + 2b - 22 = 0 \\ -2a + 6b - 6 = 0 \end{cases}$$

Teraz już prosta sprawa - dwa równania i dwie niewiadome. Rozwiązujemy i otrzymujemy $a = 3$ i $b = 2$.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

$$\begin{cases} a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = r^2 \\ a^2 - 10a + b^2 - 2b + 26 = r^2 \\ a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = r^2 \end{cases}$$

Odejmijmy teraz równanie (3) od (1) i od (2). Otrzymujemy:

$$\begin{cases} 6a + 2b - 22 = 0 \\ -2a + 6b - 6 = 0 \end{cases}$$

Teraz już prosta sprawa - dwa równania i dwie niewiadome. Rozwiązujemy i otrzymujemy $a = 3$ i $b = 2$. Musimy jeszcze obliczyć promień (a właściwie r^2). Podstawiamy do któregoś z wcześniejszych równań i otrzymujemy $r^2 = 5$.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b)

$$\begin{cases} a^2 - 2a + b^2 - 6b + 10 = r^2 \\ a^2 - 10a + b^2 - 2b + 26 = r^2 \\ a^2 - 8a + b^2 - 8b + 32 = r^2 \end{cases}$$

Odejmijmy teraz równanie (3) od (1) i od (2). Otrzymujemy:

$$\begin{cases} 6a + 2b - 22 = 0 \\ -2a + 6b - 6 = 0 \end{cases}$$

Teraz już prosta sprawa - dwa równania i dwie niewiadome. Rozwiązujemy i otrzymujemy $a = 3$ i $b = 2$. Musimy jeszcze obliczyć promień (a właściwie r^2). Podstawiamy do któregoś z wcześniejszych równań i otrzymujemy $r^2 = 5$. Równanie szukanego okręgu to:

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Możemy to zadanie rozwiązać też korzystając z tego, że środek okręgu będzie leżał na przecięciu symetralnych odcinków AB, AC i BC.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Możemy to zadanie rozwiązać też korzystając z tego, że środek okręgu będzie leżał na przecięciu symetralnych odcinków AB, AC i BC. Wzór na symetralną danego odcinka jest bardzo prosto znaleźć w postaci ogólnej.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Możemy to zadanie rozwiązać też korzystając z tego, że środek okręgu będzie leżał na przecięciu symetralnych odcinków AB, AC i BC. Wzór na symetralną danego odcinka jest bardzo prosto znaleźć w postaci ogólnej.

$\overrightarrow{AB} = [4, -2]$ i to jest wektor prostopadły do symetralnej odcinka. Musi ona przechodzić przez $(3, 2)$, a więc mamy wzór:

$$4x - 2y - 8 = 0$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Możemy to zadanie rozwiązać też korzystając z tego, że środek okręgu będzie leżał na przecięciu symetralnych odcinków AB, AC i BC. Wzór na symetralną danego odcinka jest bardzo prosto znaleźć w postaci ogólnej.

$\overrightarrow{AB} = [4, -2]$ i to jest wektor prostopadły do symetralnej odcinka. Musi ona przechodzić przez $(3, 2)$, a więc mamy wzór:

$$4x - 2y - 8 = 0$$

lub lepiej $2x - y - 4 = 0$.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Możemy to zadanie rozwiązać też korzystając z tego, że środek okręgu będzie leżał na przecięciu symetralnych odcinków AB, AC i BC. Wzór na symetralną danego odcinka jest bardzo prosto znaleźć w postaci ogólnej.

$\overrightarrow{AB} = [4, -2]$ i to jest wektor prostopadły do symetralnej odcinka. Musi ona przechodzić przez $(3, 2)$, a więc mamy wzór:

$$4x - 2y - 8 = 0$$

lub lepiej $2x - y - 4 = 0$.
Analogicznie $\overrightarrow{AC} = [3, 1]$ i punkt $(2.5, 3.5)$.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Możemy to zadanie rozwiązać też korzystając z tego, że środek okręgu będzie leżał na przecięciu symetralnych odcinków AB, AC i BC. Wzór na symetralną danego odcinka jest bardzo prosto znaleźć w postaci ogólnej.

$\overrightarrow{AB} = [4, -2]$ i to jest wektor prostopadły do symetralnej odcinka. Musi ona przechodzić przez $(3, 2)$, a więc mamy wzór:

$$4x - 2y - 8 = 0$$

lub lepiej $2x - y - 4 = 0$.
Analogicznie $\overrightarrow{AC} = [3, 1]$ i punkt $(2.5, 3.5)$. Wzór:

$$3x + y - 11 = 0$$

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Teraz musimy znaleźć punkt przecięcia tych symetralnych (nie ma już potrzeby szukania trzeciej).

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Teraz musimy znaleźć punkt przecięcia tych symetralnych (nie ma już potrzeby szukania trzeciej). Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ 3x + y - 11 = 0 \end{cases}$$

Otrzymujemy $x = 3$ oraz $y = 2$. Czyli środek okręgu jest w punkcie $S(3, 2)$.

Przykład 3 - zadanie 6.62 (b) - drugi sposób

Teraz musimy znaleźć punkt przecięcia tych symetralnych (nie ma już potrzeby szukania trzeciej). Rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ 3x + y - 11 = 0 \end{cases}$$

Otrzymujemy $x = 3$ oraz $y = 2$. Czyli środek okręgu jest w punkcie $S(3, 2)$. Promień znajdujemy licząc odległość od S do A lub B i otrzymujemy $r^2 = 5$, czyli równanie:

$$(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 5$$

W domu warto samodzielnie zrobić zadania 6.55, 6.56, 6.59, 6.61 oraz 6.62.

W domu warto samodzielnie zrobić zadania 6.55, 6.56, 6.59, 6.61 oraz 6.62.

Postarajcie się dobrze zrozumieć metody użyte w prezentacji. Jeśli coś jest niejasne, to proszę o to zapytać na początku poniedziałkowej lekcji.