

Imię i nazwisko:

Klasa:

Grupa 1

Wynik:

Question 1 (1 pt)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + n} - \sqrt{4n^2 - 1}) =$$

- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{4}$ D. ∞

Question 2 (1 pt)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^3 + 4n^2 + 2n + 1}{8 - 4n - 2n^2 - n^3} =$$

- A. $-\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{8}$ C. -8 D. 8

Question 3 (1 pt)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 6^n + 9^n}{(2^n + 3^n)(2^n - 3^n)} =$$

- A. 0 B. -1 C. 1 D. ∞

Question 4 (1 pt)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n n}{n^2 + 2} =$$

- A. 0 B. -1 C. 1 D. nie istnieje

Question 5 (1 pt)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1) + (n+2) + \dots + (n+n)}{n^2 + n + 1} =$$

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. ∞

Question 6 (2 pts)

Suma pierwszych n wyrazów pewnego ciągu jest dana wzorem $S_n = n^2 + 2n$.
Oblicz wzór ogólny tego ciągu i wykaż, że jest to ciąg arytmetyczny.

Question 7 (4 pts)

Suma wszystkich wyrazów nieskończonego zbieżnego ciągu geometrycznego wynosi 8. Suma wyrazów tego ciągu o numerach parzystych wynosi $\frac{8}{3}$. Oblicz sumę wyrazów o numerach podzielnych przez 3.

Question 8 (4 pts)

Dany jest następujący szereg geometryczny:

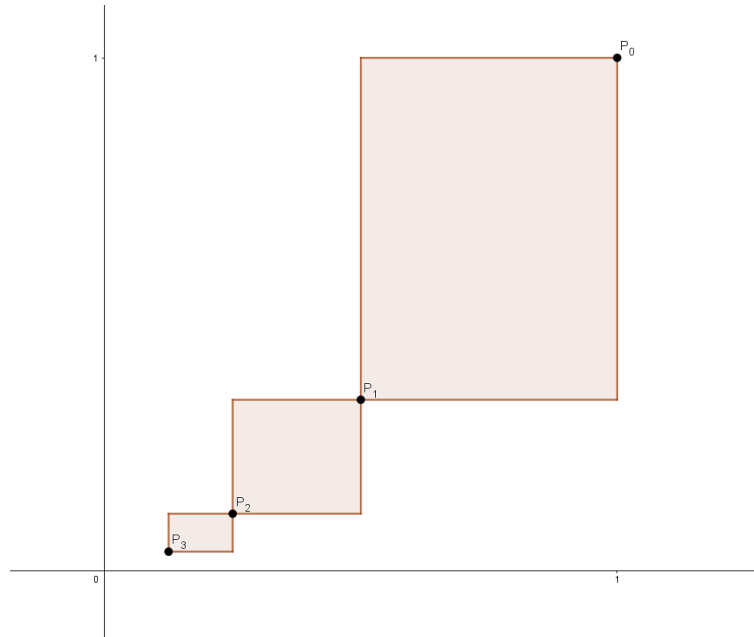
$$1 + \frac{4x}{5 + x^2} + \left(\frac{4x}{5 + x^2} \right)^2 + \dots$$

- a) Wykaż, że szereg ten jest zbieżny dla każdego $x \in \mathbb{R}$.
- b) Oblicz x , jeśli powyższa nieskończona suma wynosi 3.

Question 9 (5 pts)

Dany jest ciąg punktów $P_0(1, 1)$, $P_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$, $P_2(\frac{1}{4}, \frac{1}{9})$, ..., $P_n(\frac{1}{2^n}, \frac{1}{3^n})$, ...

- a) Tworzymy ciąg prostokątów R_1, R_2, R_3, \dots takich, że prostokąt R_n ma boki równoległe do osi OX i OY i dwa przeciwległe wierzchołki w punktach P_{n-1} i P_n .



- i. Oblicz pole prostokąta R_1 .
 - ii. Oblicz sumę pól wszystkich prostokątów.
- b) Na każdym prostokącie R_n opisujemy okrąg O_n .
- i. Oblicz obwód i pole koła odpowiadającemu okręgowi O_1 .
 - ii. Oblicz sumę obwodów i sumę pól wszystkich kół.