

Name:

Result:

Group A

Zadanie 1.

[2 punkty]

Dla jakiej wartości parametru p prawdziwe jest równanie:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1)}{(p - 1)n^2 + 2n - p} = 6$$

Zadanie 2.

[2 punkty]

Suma pierwszych n wyrazów ciągu (a_n) dana jest wzorem $S_n = n^2 - 3n$. Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

Zadanie 3.

[3 punkty]

W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) drugi wyraz wynosi 10, natomiast piąty 16. Oblicz:

$$a_{11} + a_{13} + a_{15} + \dots a_{99}$$

czyli sumę wyrazów o numerach dwucyfrowych, nieparzystych.

Zadanie 4.

[3 punkty]

$3x + 2$, x oraz $\frac{1}{x}$ to trzy pierwsze wyrazy nieskończonego ciągu geometrycznego. Oblicz sumę wszystkich wyrazów tego ciągu, jeśli wiadomo, że jest ona skończona.

Zadanie 5.

[4 punkty]

Dane są ciągi:

$$a_n = \sqrt{n^2 + 4n} - n \qquad b_n = \frac{2^{3n} + 3^{2n}}{8^{n+1} - 9^{n-1}} \qquad c_n = \frac{(2n+1)^3}{(n-1)(2n-1)(3n-1)}$$

Oblicz $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n - c_n)$.

Zadanie 6.

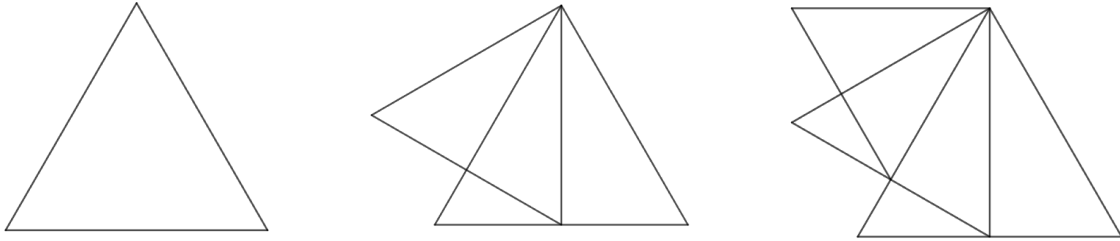
[4 punkty]

W ciągu arytmetycznym iloczyn drugiego i trzeciego wyrazu wynosi 15, natomiast suma trzeciego i piątego wynosi 2. Oblicz, ile wyrazów tego ciągu jest większych od -100 , jeśli wiadomo, że ciąg ten jest malejący.

Zadanie 7.

[4 punkty]

Dany jest nieskończony ciąg trójkątów równobocznych, w których bok następnego trójkąta jest wysokością poprzedniego. Poniższy rysunek przedstawia konstrukcję pierwszych trzech trójkątów:



Oblicz sumę pól wszystkich trójkątów, jeśli bok pierwszego trójkąta ma długość 3 cm.

Zadanie 8.

[4 punkty]

Rozwiąż nierówność:

$$\frac{1}{x+3} + \frac{2x+1}{(x+3)^2} + \frac{(2x+1)^2}{(x+3)^3} + \dots \leq 4$$

Zadanie 9.

[4 punkty]

Suma wszystkich wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego wynosi $\frac{15}{2}$, natomiast suma wszystkich wyrazów tego ciągu o numerach podzielnych przez 3 wynosi $\frac{15}{26}$. Wiedząc, że ciąg ten jest monotoniczny, oblicz sumę wszystkich wyrazów tego ciągu o numerach parzystych.