Zadania do sprawdzianu

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

- przerobić wszystkie zadania z dotychczasowych kartkówek i zamieszczany materiałów,

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

- przerobić wszystkie zadania z dotychczasowych kartkówek i zamieszczany materiałów,
- przeanalizować przykłady z poprzednich prezentacji.

Ta prezentacja ma na celu pomoc w przygotowaniu do sprawdzianu. Przed przystąpieniem do rozwiązywania zadań, które tu się pojawią warto:

- przerobić wszystkie zadania z dotychczasowych kartkówek i zamieszczany materiałów,
- przeanalizować przykłady z poprzednich prezentacji.
- przejrzeć raz jeszcze notatki z omawianych tematów.

Prezentacja ma prostą strukturę. Na jednym slajdzie zadanie, na kolejnym odpowiedź, na kolejnym całe rozwiązanie (wyświetlane krok po kroku). Warto najpierw spróbować zrobić zadanie samemu, później sprawdzić odpowiedź, a jeśli się nie zgadza, to przeanalizować rozwiązanie.

Prezentacja ma prostą strukturę. Na jednym slajdzie zadanie, na kolejnym odpowiedź, na kolejnym całe rozwiązanie (wyświetlane krok po kroku). Warto najpierw spróbować zrobić zadanie samemu, później sprawdzić odpowiedź, a jeśli się nie zgadza, to przeanalizować rozwiązanie. Niektóre zadania to dowody - tam oczywiście nie ma odpowiedzi, jest tylko zadanie + na kolejnym slajdzie dowód.

Zadanie 1

Suma długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego wynosi m. Wykaż, że wśród takich trójkątów największe pole ma trójkąt równoramienny.

Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech x, y to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że $x = y = \frac{m}{2}$.

Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech x, y to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że $x = y = \frac{m}{2}$.

Maksymalizujemy pole $P = \frac{xy}{2}$, przy ograniczeniu $x + y = m$.

Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech x, y to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że $x = y = \frac{m}{2}$.

Maksymalizujemy pole $P = \frac{xy}{2}$, przy ograniczeniu $x + y = m$.

$$P = \frac{xy}{2} = \frac{1}{2}x(m - x)$$

Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech x, y to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że $x = y = \frac{m}{2}$.

Maksymalizujemy pole $P = \frac{xy}{2}$, przy ograniczeniu $x + y = m$.

$$P = \frac{xy}{2} = \frac{1}{2}x(m - x)$$

Mamy funkcję kwadratową, gdzie $a < 0$ i miejsca zerowe dla $x = 0$ oraz $x = m$, czyli funkcja ta ma maksimum dla $x = \frac{m}{2}$.

Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech x, y to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że $x = y = \frac{m}{2}$.

Maksymalizujemy pole $P = \frac{xy}{2}$, przy ograniczeniu $x + y = m$.

$$P = \frac{xy}{2} = \frac{1}{2}x(m - x)$$

Mamy funkcję kwadratową, gdzie $a < 0$ i miejsca zerowe dla $x = 0$ oraz $x = m$, czyli funkcja ta ma maksimum dla $x = \frac{m}{2}$.

Moglibyśmy też zapisać wzór funkcji $P = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x$ i zastosować wzór na pierwszą współrzędną wierzchołka.

Zadanie 1 - rozwiązanie

Niech x, y to długości przyprostokątnych. Chcemy pokazać, że $x = y = \frac{m}{2}$.

Maksymalizujemy pole $P = \frac{xy}{2}$, przy ograniczeniu $x + y = m$.

$$P = \frac{xy}{2} = \frac{1}{2}x(m - x)$$

Mamy funkcję kwadratową, gdzie $a < 0$ i miejsca zerowe dla $x = 0$ oraz $x = m$, czyli funkcja ta ma maksimum dla $x = \frac{m}{2}$.

Moglibyśmy też zapisać wzór funkcji $P = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{m}{2}x$ i zastosować wzór na pierwszą współrzędną wierzchołka.

Czyli maksymalne pole jest dla $x = \frac{m}{2}$, wtedy oczywiście $y = \frac{m}{2}$ i mamy trójkąt równoramienny. To kończy dowód.

Zadanie 2

Dane są punkty $A = (-1, 5)$ i $B = (-4, 1)$. Na prostej o równaniu $y = 2x + 4$ znajdź punkt P, dla którego suma $|AP|^2 + |BP|^2$ jest najmniejsza.

Zadanie 2 - odpowiedź

$P = (-\frac{9}{10}, \frac{11}{5})$

Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu $P(x, y)$. Chcemy minimalizować $|AP|^2 + |BP|^2$ przy ograniczeniu $y = 2x + 4$ (gdyż punkt P musi leżeć na danej prostej).

Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu $P(x, y)$. Chcemy minimalizować $|AP|^2 + |BP|^2$ przy ograniczeniu $y = 2x + 4$ (gdyż punkt P musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x+1)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu $P(x, y)$. Chcemy minimalizować $|AP|^2 + |BP|^2$ przy ograniczeniu $y = 2x + 4$ (gdyż punkt P musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x+1)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x+4)^2 + (y-1)^2 = (x+5)^2 + (2x+3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu $P(x, y)$. Chcemy minimalizować $|AP|^2 + |BP|^2$ przy ograniczeniu $y = 2x + 4$ (gdyż punkt P musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x+1)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x+4)^2 + (y-1)^2 = (x+5)^2 + (2x+3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

$$|AP|^2 + |BP|^2 = 10x^2 + 18x + 27$$

Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu $P(x, y)$. Chcemy minimalizować $|AP|^2 + |BP|^2$ przy ograniczeniu $y = 2x + 4$ (gdyż punkt P musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x+1)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x+4)^2 + (y-1)^2 = (x+5)^2 + (2x+3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

$$|AP|^2 + |BP|^2 = 10x^2 + 18x + 27$$

Mamy funkcję kwadratową $a = 10 > 0$, czyli minimum tej funkcji jest dla $x_v = \frac{-b}{2a} = -\frac{9}{10}$.

Zadanie 2 - rozwiązanie

Współrzędne punktu $P(x, y)$. Chcemy minimalizować $|AP|^2 + |BP|^2$ przy ograniczeniu $y = 2x + 4$ (gdyż punkt P musi leżeć na danej prostej).

$$|AP|^2 = (x+1)^2 + (y-5)^2 = (x+1)^2 + (2x-1)^2 = 5x^2 - 2x + 2$$

$$|BP|^2 = (x+4)^2 + (y-1)^2 = (x+5)^2 + (2x+3)^2 = 5x^2 + 20x + 25$$

$$|AP|^2 + |BP|^2 = 10x^2 + 18x + 27$$

Mamy funkcję kwadratową $a = 10 > 0$, czyli minimum tej funkcji jest dla $x_v = \frac{-b}{2a} = -\frac{9}{10}$. Podstawiając x do wzoru prostej otrzymujemy $y = 2 \cdot (-\frac{9}{10}) + 4 = \frac{11}{5}$. Czyli punkt P ma współrzędne $(-\frac{9}{10}, \frac{11}{5})$.

Zadanie 3

Koszt wyprodukowania jednej książki wynosi 12 zł. Przy cenie 20 zł za jedną książkę wielkość sprzedaży wynosi 3000 egzemplarzy rocznie. Każde podniesienie ceny o 1 zł powoduje zmniejszenie sprzedaży rocznej o 100 egzemplarzy. Wiedząc, że x oznacza cenę sprzedaży w zł za jeden egzemplarz, podaj przy jakiej cenie wartość zysku z rocznej sprzedaży książek będzie największa.

Zadanie 3 - odpowiedź

$x = 31$

Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli x to cena w złotówkach, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie $3000 - 100(x - 20)$. Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd $x - 20$).

Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli x to cena w złotówkach, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie $3000 - 100(x - 20)$. Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd $x - 20$). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkucji jednej książki).

Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli x to cena w złotówkach, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie $3000 - 100(x - 20)$. Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd $x - 20$). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkucji jednej książki). Otrzymujemy równanie:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20))$$

Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli x to cena w złotówkach, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie $3000 - 100(x - 20)$. Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd $x - 20$). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkucji jednej książki). Otrzymujemy równanie:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20))$$

Moglibyśmy wszystko powymnażać i przeanalizować funkcję kwadratową w postaci ogólnej, ale szybciej będzie zamienić na postać iloczynową:

$$Z(x) = x(3000-100(x-20))-12(3000-100(x-20)) = (5000-100x)(x-12)$$

Zadanie 3 - rozwiązanie

Najtrudniejsza część to ułożenie odpowiedniego równania. Jeśli x to cena w złotówkach, to liczba sprzedanych egzemplarzy będzie $3000 - 100(x - 20)$. Czyli 3000 minus 100 za każdą złotówkę ponad 20zł (stąd $x - 20$). By obliczyć zysk musimy odjąć liczbę wyprodukowanych egzemplarzy razy 12 (koszt produkucji jednej książki). Otrzymujemy równanie:

$$Z(x) = x(3000 - 100(x - 20)) - 12(3000 - 100(x - 20))$$

Moglibyśmy wszystko powymnażać i przeanalizować funkcję kwadratową w postaci ogólnej, ale szybciej będzie zamienić na postać iloczynową:

$$Z(x) = x(3000-100(x-20))-12(3000-100(x-20)) = (5000-100x)(x-12)$$

Pierwiastki tego równania to $x = 12$ i $x = 50$. Współrzędna x wierzchołka leży dokładnie po środku: $x_w = \frac{12+50}{2} = 31$. Jest to oczywiście maksimum.

Zadanie 4

Równanie $x^2 - 11x + 4 = 0$ ma dwa rozwiązania x_1 i x_2. Oblicz $x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2$.

Zadanie 4 - odpowiedź

117

Zadanie 4 - rozwiązanie

$$
\begin{aligned}
&x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = \\
=&x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - x_1x_2 = \\
=&(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = \\
=&\left(-\frac{-11}{1}\right) - \frac{4}{1} = \\
=&121 - 4 = 117
\end{aligned}
$$

Zadanie 5

Znajdź wszystkie możlwie wartości m, dla których równanie $2x^2 - (m+1)x + m - 1 = 0$ ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste takie, że oba są większe od 2.

Zadanie 5 - odpowiedź

Nie ma takich m.

Zadanie 5 - rozwiązanie

Warunek pierwszy to istnienie dwóch różnych miejsc zerowych: $a \neq 0$ oraz $\Delta > 0$. $a = 2$, więc pierwszy warunek jest spełniony. Drugi warunek:

$$\Delta = (m+1)^2 + 8(1-m)$$
$$\Delta = m^2 + 2m + 1 + 8 - 8m$$
$$\Delta = m^2 - 6m + 9$$
$$\Delta = (m-3)^2$$

Stąd mamy, że $\Delta > 0$ dla $m \neq 3$.

Zadanie 5 - rozwiązanie

Nad kolejnym warunkiem musimy się troszkę zastanowić. Chcemy mieć $x_1 > 2$ oraz $x_2 > 2$.

Zadanie 5 - rozwiązanie

Nad kolejnym warunkiem musimy się troszkę zastanowić. Chcemy mieć $x_1 > 2$ oraz $x_2 > 2$.

Oznacza to, że wyrażenia $x_1 - 2$ oraz $x_2 - 2$ muszą być oba dodatnie.

Zadanie 5 - rozwiązanie

Nad kolejnym warunkiem musimy się troszkę zastanowić. Chcemy mieć $x_1 > 2$ oraz $x_2 > 2$.

Oznacza to, że wyrażenia $x_1 - 2$ oraz $x_2 - 2$ muszą być oba dodatnie. Dwa wyrażenia są dodatnie, jeśli zarówno ich iloczyn i suma są dodatnie. Musimy zatem mieć:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \qquad \text{oraz} \qquad x_1 - 2 + x_2 - 2 > 0$$

Zadanie 5 - rozwiązanie

Nad kolejnym warunkiem musimy się troszkę zastanowić. Chcemy mieć $x_1 > 2$ oraz $x_2 > 2$.

Oznacza to, że wyrażenia $x_1 - 2$ oraz $x_2 - 2$ muszą być oba dodatnie. Dwa wyrażenia są dodatnie, jeśli zarówno ich iloczyn i suma są dodatnie. Musimy zatem mieć:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \qquad \text{oraz} \qquad x_1 - 2 + x_2 - 2 > 0$$

Drugi warunek jest prostszy, więc od niego zaczniemy.

Zadanie 5 - rozwiązanie

Nad kolejnym warunkiem musimy się troszkę zastanowić. Chcemy mieć $x_1 > 2$ oraz $x_2 > 2$.

Oznacza to, że wyrażenia $x_1 - 2$ oraz $x_2 - 2$ muszą być oba dodatnie. Dwa wyrażenia są dodatnie, jeśli zarówno ich iloczyn i suma są dodatnie. Musimy zatem mieć:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \qquad \text{oraz} \qquad x_1 - 2 + x_2 - 2 > 0$$

Drugi warunek jest prostszy, więc od niego zaczniemy.

$$x_1 + x_2 > 4$$

Daje (korzystając ze wzorów Viete'a) $m > 7$.

Zadanie 5 - rozwiązanie

Pierwszy warunek, czyli:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0$$

Sprowadza się do:

$$x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0$$

Zadanie 5 - rozwiązanie

Pierwszy warunek, czyli:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0$$

Sprowadza się do:

$$x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0$$

Podstawiając wzory Viete'a otrzymujemy:

$$\frac{m-1}{2} - (m+1) + 4 > 0$$

To daje nam $m < 5$.

Zadanie 5 - rozwiązanie

Pierwszy warunek, czyli:

$$(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0$$

Sprowadza się do:

$$x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0$$

Podstawiając wzory Viete'a otrzymujemy:

$$\frac{m-1}{2} - (m+1) + 4 > 0$$

To daje nam $m < 5$. Ostatecznie otrzymujemy: $m \neq 3$, $m > 7$ oraz $m < 5$.

Nie ma takich m, które spełniają wszystkie te warunki.

Zadanie 6

Liczby x_1 i x_2 są pierwiastkami równania $x^2 - mx + m - 1 = 0$. Znajdź liczbę m, dla której wyrażenie $x_1^2 + x_2^2$ ma wartość najmniejszą.

Zadanie 6 - odpowiedź

$m = 1$

Zadanie 6 - rozwiązanie

Chcemy minimalizować $x_1^2 + x_2^2$. Koszytamy ze wzorów Viete'a:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \\ &= m^2 - 2(m-1) = \\ &= m^2 - 2m + 2 \end{aligned}$$

Współczynnik przy m^2 jest dodatni, wyrażenie ma minimalną wartość dla $m_w = \frac{-b}{2a} = 1$.

Zadanie 6 - rozwiązanie

Chcemy minimalizować $x_1^2 + x_2^2$. Koszytamy ze wzorów Viete'a:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \\ &= m^2 - 2(m-1) = \\ &= m^2 - 2m + 2 \end{aligned}$$

Współczynnik przy m^2 jest dodatni, wyrażenie ma minimalną wartość dla $m_w = \frac{-b}{2a} = 1$.

Mogliśmy też zapisać $m^2 - 2m + 2 = (m-1)^2 + 1$ i też widzimy, że minimalna wartość jest dla $m = 1$ (ta minimalna wartość również wynosi 1).

Zadanie 7

Oblicz $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$, gdzie x_1 i x_2 to rozwiązania równania $x^2 - x - 5 = 0$.

Zadanie 7 - odpowiedź

$\frac{11}{25}$

Zadanie 7 - rozwiązanie

$$\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{x_2^2}{x_1^2x_2^2}+\frac{x_1^2}{x_1^2x_2^2}=$$
$$=\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2x_2^2}=$$
$$=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1^2x_2^2}=$$
$$=\frac{1^2-2\cdot(-5)}{(-5)^2}=\frac{11}{25}$$

Zadanie 8

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej m i każdej wartości rzeczywistej parametru m prawdziwa jest nierówność:

$$2x^2 - 4mx + 10m^2 > 6x + m - 12$$

Zadanie 8 - rozwiązanie

Przenosimy wszystko na jedną stronę i porządkujemy:

$$2x^2 - (4m + 6)x + 10m^2 - m + 12 > 0$$

Zadanie 8 - rozwiązanie

Przenosimy wszystko na jedną stronę i porządkujemy:

$$2x^2 - (4m + 6)x + 10m^2 - m + 12 > 0$$

Chcemy pokazać, że funkcja, którą mamy po lewej stronie nierówności jest zawsze (dla każdego x) nad osią OX. Spełnione muszą być dwa warunki $a > 0$ (ramiona do góry) i $\Delta < 0$ (funkcja nie przecina osi OX).

Zadanie 8 - rozwiązanie

Przenosimy wszystko na jedną stronę i porządkujemy:

$$2x^2 - (4m+6)x + 10m^2 - m + 12 > 0$$

Chcemy pokazać, że funkcja, którą mamy po lewej stronie nierówności jest zawsze (dla każdego x) nad osią OX. Spełnione muszą być dwa warunki $a > 0$ (ramiona do góry) i $\Delta < 0$ (funkcja nie przecina osi OX). Pierwszy warunek jest oczywiście spełniony. Drugi warunek:

$$\Delta = (4m+6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (10m^2 - m + 12)$$

$$\Delta = 16m^2 + 48m + 36 - 80m^2 + 8m - 96$$

$$\Delta = -64m^2 + 56m - 60$$

Zadanie 8 - rozwiązanie

$$\Delta = -64m^2 + 56m - 60$$

Chcemy, żeby Δ była mniejsza od 0. Otrzymaliśmy równanie kwadratowe. By ono było zawsze ujemne musimy znów spełnić dwa warunki $a_2 < 0$ (ramiona do dołu) oraz $\Delta_2 < 0$ (funkcja nie przecina osi OX).

$$\Delta_2 = 56^2 - 4 \cdot (-64) \cdot (-60) = 3136 - 15360 = -12224 < 0$$

Zadanie 8 - rozwiązanie

$$\Delta = -64m^2 + 56m - 60$$

Chcemy, żeby Δ była mniejsza od 0. Otrzymaliśmy równanie kwadratowe. By ono było zawsze ujemne musimy znów spełnić dwa warunki $a_2 < 0$ (ramiona do dołu) oraz $\Delta_2 < 0$ (funkcja nie przecina osi OX).

$$\Delta_2 = 56^2 - 4 \cdot (-64) \cdot (-60) = 3136 - 15360 = -12224 < 0$$

Czyli $\Delta < 0$, czyli nasza nierówność jest prawdziwa dla każdego x i każdego m.

Zadanie 9

Równanie:

$$5x^2 + x - 5 = 0$$

ma rozwiązania α i β. Znajdź równanie kwadratowe, którego rozwiązaniami będą α^4 oraz β^4.

Zadanie 9 - odpowiedź

$$625x^2 - 1351x + 625 = 0$$

Zadanie 9 - rozwiązanie

Wiemy, że:

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{5}$$
$$\alpha \cdot \beta = -1$$

Chcemy obliczyć:

$$\alpha^4 + \beta^4 = ?$$
$$\alpha^4 \cdot \beta^4 = ?$$

To drugie jest bardzo proste:

$$\alpha^4 \cdot \beta^4 = (\alpha \cdot \beta)^4 = 1$$

Zadanie 9 - rozwiązanie

Sumę możemy obliczyć następująco:

$$\begin{aligned}\alpha^4+\beta^4 &= (\alpha^2+\beta^2)^2-2\alpha^2\cdot\beta^2= \\ &= \left((\alpha+\beta)^2-2\alpha\cdot\beta\right)^2-2(\alpha\cdot\beta)^2= \\ &= \left(\frac{1}{25}-2\cdot(-1)\right)^2-2(-1)^2=\frac{1351}{625}\end{aligned}$$

Mamy więc

$$\text{SUMA}=\frac{-B}{A}=\frac{1351}{625}$$

$$\text{ILOCZYN}=\frac{C}{A}=1=\frac{625}{625}$$

Możliwe równanie to:

$$625x^2-1351x+625=0$$

Zadanie 10

Dla jakich wartości parametru m równanie

$$2mx^2 + (m-1)x + 2 = 0$$

ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste, których suma wynosi 1.

Zadanie 10 - odpowiedź

$m \in \emptyset$

Zadanie 10 - rozwiązanie

Dwa różne pierwiastki, czyli $a \neq 0$ oraz $\Delta > 0$. Suma pierwiastków wynosi 1, czyli $\frac{-b}{a} = 1$.

Zadanie 10 - rozwiązanie

Dwa różne pierwiastki, czyli $a \neq 0$ oraz $\Delta > 0$. Suma pierwiastków wynosi 1, czyli $\frac{-b}{a} = 1$.
Zacznijmy od drugiego warunku, gdyż jest znacznie prostszy:

$$\frac{-b}{a} = 1$$
$$\frac{1-m}{2m} = 1$$
$$1 - m = 2m$$
$$m = \frac{1}{3}$$

Zadanie 10 - rozwiązanie

Jeśli $m = \frac{1}{3}$, to $a = \frac{2}{3} \neq 0$, to się zgadza. Natomiast $\Delta = (-\frac{2}{3})^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = -\frac{4}{3} < 0$. Czyli dla $m = \frac{1}{3}$ równanie nie ma dwóch pierwiastków rzeczywistych.

Zadanie 10 - rozwiązanie

Jeśli $m = \frac{1}{3}$, to $a = \frac{2}{3} \neq 0$, to się zgadza. Natomiast $\Delta = (-\frac{2}{3})^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 = -\frac{4}{3} < 0$. Czyli dla $m = \frac{1}{3}$ równanie nie ma dwóch pierwiastków rzeczywistych. Wniosek: nie ma takiego m, które spełaniałoby warunki zadania.

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.