

# 4. Rachunek prawdopodobieństwa

## Kombinatoryka – powtórzenie

4.1. **4.1.** Z trzech kolorowych papierów Ola wycięła 22 rozróżnialne figury. Liczby różnych figur w danym kolorze przedstawia tabela obok.

Rodzaj figury	Kolor figury		
	niebieski	żółty	czerwony
trójkąty	3	0	2
kwadraty	4	1	5
koła	1	2	4

Oblicz, na ile sposobów można wybrać jeden trójkąt, jeden kwadrat i jedno koło:

a) w takim samym kolorze  
b) tak, aby każda figura była w innym kolorze.

\_\_\_\_\_  
Odp. a) 52 b) 60

4.2. **4.2.** Tworzymy liczbę trzycyfrową, której cyfra setek należy do zbioru  $A = \{8, 9\}$ , cyfra dziesiątek do zbioru  $B = \{0, 1, 2\}$ , a cyfra jedności do zbioru  $C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ . Oblicz, na ile sposobów możemy utworzyć liczbę:

- a) parzystą,  
b) większą od 903,  
c) której iloczyn cyfr jest liczbą podzielną przez 8,  
d) której suma cyfr jest liczbą nieparzystą.

\_\_\_\_\_  
Odp. a) 12 b) 14 c) 21 d) 15

4.3. **4.3.** Ze zbioru  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  wybieramy trzy różne cyfry i tworzymy liczbę trzycyfrową. Oblicz, na ile sposobów otrzymamy liczbę:

- a) podzielną przez 4  
b) większą od 240.

\_\_\_\_\_  
Odp. a) 12 b) 42

4.4. **4.4.** Oblicz, ile jest liczb czterocyfrowych, które można utworzyć z różnych cyfr należących do zbioru  $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  i które są:

- a) podzielne przez 5  
b) mniejsze od 3500.

\_\_\_\_\_  
Odp. a) 220 b) 320

- 4.5. **4.5.** Oblicz, na ile sposobów można utworzyć czterocyfrowy kod PIN, w którym:
- co najmniej jedna cyfra nie jest zerem,
  - pierwsza cyfra jest o 3 większa od ostatniej cyfry,
  - każda kolejna cyfra jest mniejsza od bezpośrednio ją poprzedzającej o 1,
  - suma cyfr jest równa 4.

Odp. a) 9999 b) 700 c) 7 d) 35

- 4.6. **4.6.** Na ile sposobów można utworzyć dziewięciocyfrowy numer telefonu komórkowego, jeśli:
- wszystkie cyfry tego numeru są różne oraz pierwsza cyfra nie jest równa 0,
  - pierwszą cyfrą tego numeru jest 6 lub 8, a pozostałe cyfry są jednakowe i różne od podanych cyfr,
  - pierwsza i siódma cyfra to cyfry nieparzyste mniejsze od 6, a pozostałe cyfry są większe od 5,
  - początkowe trzy cyfry są różnymi liczbami pierwszymi, a pozostałe cyfry są dowolnymi liczbami parzystymi?

Odp. a)  $9 \cdot 9!$  b) 18 c)  $9 \cdot 4^7$  d)  $24 \cdot 5^6$

- 4.7. **4.7.** Mamy prostokątne kawałki materiałów w pięciu różnych kolorach i w jednakowych rozmiarach. Oblicz, na ile sposobów możemy utworzyć chorągiewkę, łącząc ze sobą poziomo trzy takie kawałki:
- w różnych kolorach,
  - z których dwa są w jednym kolorze, a pozostały kawałek w innym kolorze.

Odp. a) 60 b) 60

- 4.8. **4.8.** Oblicz, na ile sposobów można rozmieścić 4 różne listy w pięciu szufladach ponumerowanych kolejno liczbami 1, 2, 3, 4, 5:
- w dowolny sposób,
  - tak, aby każdy list trafił do innej szuflady,
  - tak, aby każdy list trafił do szuflady oznaczonej liczbą pierwszą,
  - tak, aby co najmniej jeden list trafił do pierwszej szuflady.

Odp. a) 625 b) 120 c) 81 d) 369

- 4.9. **4.9.** Oblicz, na ile sposobów można ustawić 3 kobiety i 3 mężczyzn w jednej kolejce:
- dowolnie,
  - tak, aby osoby tej samej płci nie stały obok siebie.

Odp. a) 720 b) 72

4.10. **4.10.** Oblicz, na ile sposobów można ustawić na półce, w jednym szeregu książki A, B, C, D, E, F, G:

- w dowolnej kolejności,
- tak, aby tomy A, B, C stały obok siebie w podanej kolejności,
- tak, aby książki E i F nie stały obok siebie.

Odp. a) 5040 b) 120 c) 3600

4.11. **4.11.** Oblicz, ile jest różnych:

- pięciowyrazowych ciągów o wartościach ze zbioru  $\{1, 2, 3\}$ ,
- czterowyrazowych ciągów różnowartościowych, o wartościach ze zbioru siedmioelementowego,
- siedmioelementowych podzbiorów zbioru dziesięcioelementowego,
- trzywyrazowych ciągów malejących o wartościach ze zbioru  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

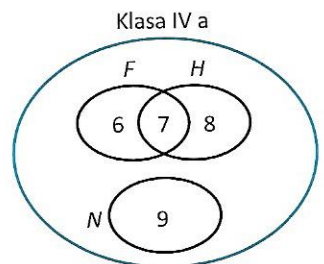
Odp. a) 243 b) 840 c) 120 d) 35

4.12. **4.12.** Klasa IV b składa się z 13 dziewcząt i 12 chłopców. Oblicz, na ile sposobów można wybrać z tej klasy:

- kolejno dwie osoby, z których pierwsza będzie przewodniczącą klasy, a druga zastępcą przewodniczącego,
- dwie osoby, które będą reprezentować klasę poza szkołą,
- jednego chłopca i jedną dziewczynę,
- dwie osoby do delegacji, w której będzie co najmniej jedna dziewczyna.

Odp. a) 600 b) 300 c) 156 d) 234

4.13. **4.13.** Wszyscy uczniowie klasy IV a uczą się języka angielskiego oraz co najmniej jednego z trzech języków: francuskiego ( $F$ ), hiszpańskiego ( $H$ ) lub niemieckiego ( $N$ ) – zgodnie z diagramem przedstawionym obok. Na ile sposobów można wybrać z tej klasy jednocześnie dwie osoby:



- które uczą się języka francuskiego lub języka hiszpańskiego,
- z których tylko jedna uczy się języka francuskiego,
- z których co najmniej jedna uczy się języka niemieckiego,
- z których co najwyżej jedna uczy się zarówno języka francuskiego jak i języka hiszpańskiego.

Odp. a) 210 b) 221 c) 225 d) 414

4.14. **4.14.** W klasie IV c jest 10 dziewcząt i  $n$  chłopców,  $n > 1$ . Oblicz  $n$  wiedząc, że liczba możliwych wyborów z tej klasy dwuosobowej delegacji:

- a) w której będzie co najwyżej jeden chłopiec, jest równa 185,  
 b) w której będzie co najmniej jeden chłopiec, jest równa 255.

Odp. a)  $n = 14$  b)  $n = 15$

4.15. **4.15.** Danych jest 8 punktów, z których dowolne trzy nie są współliniowe. Oblicz:

- a) ile różnych prostych można poprowadzić przez te punkty,  
 b) ile można utworzyć różnych trójkątów, których wierzchołkami są trzy punkty wybrane z danych punktów.

Odp. a) 28 b) 56

4.16. **4.16.** W klasie jest 17 chłopców i 15 dziewcząt. Oblicz, na ile sposobów można wybrać z tej klasy trzyosobową delegację, składającą się:

- a) z jednego chłopca i dwóch dziewczyn,  
 b) z co najmniej dwóch dziewczyn,  
 c) z co najmniej jednego chłopca,  
 d) z co najwyżej dwóch dziewczyn.

Odp. a) 1785 b) 2240 c) 4505 d) 4505

4.17. **4.17.** Ile różnych kodów literowych można ułożyć, przedstawiając litery wyrazu:

- a) MAMA                      b) BAOBAB                      c) PRABABCIA                      d) KAWALKADA?

Odp. a) 6 b) 60 c) 30 240 d) 7560

4.18. **4.18.** Oblicz, na ile sposobów z talii 52 kart można wybrać 5 kart, w których będą:

- a) trzy asy i dwie damy                      b) jeden as, jeden król i jedna dama  
 c) co najwyżej jeden król                      d) co najmniej trzy asy.

Odp. a) 24 b) 49 920 c)  $4 \cdot \binom{48}{4} + \binom{48}{5}$  d) 4560

- 4.19.** Oblicz, na ile sposobów z talii 52 kart można wybrać 13 kart, w których będą:
- dwa piki i jeden trefl,
  - co najwyżej dwa piki,
  - co najmniej jedna karta w czerwonym kolorze,
  - cztery karty w jednym karcianym kolorze i pozostałe po trzy karty w innych karcianych kolorach.

Odp. a)  $\binom{13}{2} \binom{13}{1} \binom{26}{10}$     b)  $\binom{39}{13} + \binom{13}{1} \binom{39}{12} + \binom{13}{2} \binom{39}{11}$     c)  $\binom{52}{13} - \binom{26}{13}$   
 d)  $4 \cdot \binom{13}{4} \binom{13}{3} \binom{13}{3} \binom{13}{3}$

- 4.20.** Oblicz, na ile sposobów można 6 osób:

- posadzić przy okrągłym stole na nieponumerowanych krzesłach,
- posadzić przy okrągłym stole na ponumerowanych krzesłach,
- posadzić w trzech ponumerowanych ławkach, jeśli miejsca w ławkach są rozróżnialne,
- posadzić w trzech ponumerowanych ławkach, jeśli miejsca w ławkach nie są rozróżnialne,
- ustawić jednocześnie w trzy pary, jeśli kolejność par nie ma znaczenia i miejsca w parze nie są rozróżnialne.

Odp. a) 120    b) 720    c) 720    d) 90    e) 15

- 4.21.** Oblicz, ile jest wszystkich piętnastocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym iloczyn cyfr jest równy 8.

Odp. 680

- 4.22.** Oblicz, ile jest wszystkich dwudziestocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym iloczyn cyfr jest równy 12.

Odp. 4180

- 4.23.** Ile jest wszystkich dziesięciocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym suma cyfr jest równa 5?

Odp. 715

- 4.24.** Ile jest wszystkich jedenastocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym suma cyfr jest równa 6 i nie występują cyfry 3 oraz 5?

Odp. 2223