

## Doświadczenie losowe

4.19. **4.25.** Doświadczenie losowe polega na jednokrotnym rzucie kostką dwunastościenną. Zapisz przestrzeń zdarzeń elementarnych, jeśli:

- ścianki kostki mają różne numery od 1 do 12,
- wszystkie ścianki kostki są rozróżnialne, 5 ścianek jest czerwonych, 4 ścianki są niebieskie, 2 zielone i jedna jest fioletowa.

Odp. b)  $\Omega = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, f, n_1, n_2, n_3, n_4, z_1, z_2\}$

4.20. **4.26.** Doświadczenie losowe polega na rzucie jedną monetą oraz dziesięciościenną kostką do gry, która na każdej ściance ma umieszczoną inną cyfrę. Wypisz wszystkie zdarzenia elementarne tego doświadczenia. Następnie opisz symbolicznie przestrzeń zdarzeń elementarnych.

Odp.  $\Omega = \{(O, 0), (O, 1), (O, 2), (O, 3), (O, 4), (O, 5), (O, 6), (O, 7), (O, 8), (O, 9),$   
 $(R, 0), (R, 1), (R, 2), (R, 3), (R, 4), (R, 5), (R, 6), (R, 7), (R, 8), (R, 9)\}$

przykładowy opis:  $\Omega = \{(x, y): x \in \{O, R\} \wedge y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}\}$

4.21. **4.27.** Dane są zbiory:  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$ . Tworzymy liczbę dwucyfrową, wybierając losowo cyfrę dziesiątek ze zbioru  $A$  i cyfrę jedności ze zbioru  $B$ . Wypisz wszystkie zdarzenia elementarne tego doświadczenia. Następnie opisz symbolicznie przestrzeń zdarzeń elementarnych.

Odp. przykładowy opis:  $\Omega = \{(a, b): a \in A \wedge b \in B\}$

4.22. **4.28.** Ze zbioru  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  losujemy kolejno dwie cyfry i zapisujemy je w kolejności losowania, tworząc liczbę dwucyfrową. Wypisz wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia w przypadku, gdy:

- losowanie odbywa się bez zwracania wylosowanej liczby do zbioru  $A$ ,
- losowanie odbywa się ze zwracaniem wylosowanej liczby.

Odp. *wskazówka:* a)  $\overline{\Omega} = 20$  b)  $\overline{\Omega} = 25$

4.23. **4.29.** Ze zbioru cyfr  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  losujemy kolejno dwie cyfry i zapisujemy liczbę dwucyfrową. Opisz przestrzeń zdarzeń elementarnych tego doświadczenia losowego i określ liczbę tych zdarzeń, jeśli losowanie odbywa się:

- ze zwracaniem
- bez zwracania.

Odp. a) np.  $\Omega = \{(x, y): x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}\}$ ,  $\overline{\Omega} = 81$

b) np.  $\Omega = \{(x, y): x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \wedge x \neq y\}$ ;  $\overline{\Omega} = 72$





4.35. **4.41.** Mamy 7 ponumerowanych szuflad i 4 czapki: białą, czarną, niebieską i szarą. Opisz przestrzeń zdarzeń elementarnych i podaj liczbę tych zdarzeń dla następujących doświadczeń losowych:

- losowe włożenie czapek do szuflad,
- losowe włożenie czapek do szuflad tak, aby żadne dwie czapki nie były w tej samej szufladzie.

Odp. a) np.  $\Omega$  – zbiór czteroelementowych wariacji z powtórzeniami o wartościach ze zbioru siedmioelementowego,  $\overline{\Omega} = 2401$

b) np.  $\Omega$  – zbiór czteroelementowych wariacji bez powtórzeń o wartościach ze zbioru siedmioelementowego,  $\overline{\Omega} = 840$

4.36. **4.42.** Piotrek z talii kart wybrał same figury, tzn. po cztery asy, króle, damy i walety. Następnie przetasował wybrane karty i wylosował kolejno trzy spośród nich. Pierwszą kartę otrzymała jego siostra Tosia, drugą – brat Janek, a trzecią kartę zachował dla siebie. Opisz przestrzeń zdarzeń elementarnych dla tego doświadczenia losowego i podaj ich liczbę.

Odp. np.  $\Omega$  – zbiór trzejelementowych wariacji bez powtórzeń o wartościach ze zbioru 16-elementowego,  $\overline{\Omega} = 3360$

4.37. **4.43.** Bartek wykonuje rzut trzema monetami o różnych nominałach: 10 gr, 20 gr, 50 gr i zapisuje na kartce poszczególne nominały lub wpisuje dla danej monety wartość 0 – jeśli wypadnie orzeł. Wypisz wszystkie możliwe wyniki takiego doświadczenia losowego.

Odp.  $(0, 0, 0), (0, 0, 50), (0, 20, 0), (0, 20, 50), (10, 0, 0), (10, 0, 50), (10, 20, 0), (10, 20, 50)$

4.38. **4.44.** Basia ma w dwóch pudełkach kartki z zapisanymi cyframi, po jednej na każdej kartce. W pierwszym pudełku są cztery kartki odpowiednio z cyframi 1, 2, 3, 4, w drugim – dwie kartki odpowiednio z cyframi 5 i 6. Basia chce wybrać losowo jedną kartkę z cyfrą w następujący sposób. Wykona rzut monetą: jeśli wypadnie reszka, to Basia wylosuje kartkę z pierwszego pudełka; jeśli wypadnie orzeł, to dziewczynka wybierze losowo kartkę z drugiego pudełka. Wypisz wszystkie zdarzenia elementarne danego doświadczenia losowego.

Odp.  $(R, 1), (R, 2), (R, 3), (R, 4), (O, 5), (O, 6)$

**4.45.** Z klasy IV e liczącej 25 osób wybieramy losowo:

- trzyosobową delegację na uroczystość szkolną,
- kolejno trzy osoby, do wykonania trzech różnych zadań.

Opisz symbolicznie przestrzenie zdarzeń elementarnych obu doświadczeń losowych i w każdym przypadku wyznacz liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych.

Odp. a)  $\overline{\Omega} = 2300$  b)  $\overline{\Omega} = 13\,800$

**4.46.** Opisz przestrzeń zdarzeń elementarnych dla następującego doświadczenia losowego:

- a) losowanie jednocześnie czterech osób z grupy złożonej z osób A, B, C, D, E, F,  
 b) losowanie grupy 5 osób z drużyny, składającej się z 9 osób.

W obu przypadkach podaj liczbę zdarzeń elementarnych.

Odp. a)  $\overline{\Omega} = 15$  b)  $\overline{\Omega} = 126$

**4.47.** Na naukę walca przyszło 5 kobiet i 5 mężczyzn. Opisz przestrzeń zdarzeń elementarnych następującego doświadczenia losowego:

- a) losowy wybór jednej pary kobieta – mężczyzna,  
 b) losowe ustawienie na parkiecie pięciu par kobieta – mężczyzna.

Podaj liczbę zdarzeń elementarnych w obu przypadkach.

Odp. a)  $\overline{\Omega} = 25$  b) np.  $\Omega$  – zbiór pięcioelementowych permutacji bez powtórzeń,  $\overline{\Omega} = 120$

## Zdarzenia. Działania na zdarzeniach

- 4.39. **4.48.** Doświadczenie losowe polega na wylosowaniu jednej karty z talii 52 kart. Oznaczmy zdarzenia:  $A$  – wylosowana karta jest pikiem,  $B$  – wylosowana karta jest koloru czerwonego,  $C$  – wylosowana karta jest asem. Opisz słowami zdarzenia:  $A \cap C$ ,  $B \cap C$ ,  $A - C$ ,  $B'$ ,  $B' - A$ ,  $A' \cap C$ .

Odp.  $A' \cap C$  – zdarzenie, że wylosowana karta jest asem kier lub asem karo, lub asem trefl

- 4.40. **4.49.** Doświadczenie losowe polega na wylosowaniu jednej liczby ze zbioru  $\{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ . Oznaczmy zdarzenia:  $A$  – wylosowana liczba jest liczbą pierwszą,  $B$  – wylosowana liczba jest większa od 12,  $C$  – wylosowana liczba jest podzielna przez 3. Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A - B$ ,  $A' \cup C$ ,  $C \cap B'$ ,  $A' \cup B'$ .

Odp.  $A' \cup B' = \{10, 11, 12, 14, 15\}$

- 4.41. **4.50.** Na poszczególnych ściankach dziesięciościennej kostki znajdują się pojedynczo cyfry od 0 do 9. Wykonujemy jeden rzut tą kostką.

- a) Określ przestrzeń zdarzeń elementarnych.  
 b) Wypisz wszystkie zdarzenia elementarne, sprzyjające poszczególnym zdarzeniom:

- $A$  – wypadła liczba pierwsza,  
 $B$  – wypadła liczba nieparzysta,  
 $C$  – wypadła liczba podzielna przez 4 lub równa 6.

c) Jaka zależność zachodzi między zdarzeniami  $A \cup B$  i  $C$ ?

Odp.  $(A \cup B) \cap C = \emptyset$  – zdarzenia  $A \cup B$  i  $C$  się wykluczają oraz  $(A \cup B) \cup C = \Omega$ , więc zdarzenie  $C$  jest przeciwne do zdarzenia  $A \cup B$ .

4.42. **4.51.** Rzucamy dwa razy monetą.

- a) Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom:  
 $A$  – co najmniej raz wypadł orzeł,  $B$  – reszka wypadła tylko raz. Jaka zależność zachodzi między zdarzeniami  $A$  i  $B$ ?
- b) Opisz słownie zdarzenia  $A'$  oraz  $B'$ .
- c) Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom  $A' \cup B$  oraz  $B' \cap A$ . Podaj zależność między tymi zdarzeniami.

Odp. a)  $A \subset B$ , czyli zdarzenie  $A$  pociąga za sobą zdarzenie  $B$  b)  $A'$  – zdarzenie, że orzeł nie wypadł ani razu albo zdarzenie, że reszka wypadła dwa razy;  $B'$  – zdarzenie, że w obu rzutach otrzymaliśmy taki sam wynik albo zdarzenie, że wypadły dwa orły lub dwie reszki c)  $A' \cup B = \{(R,R), (R,O), (O,R)\}$ ,  $B' \cap A = \{(O,O)\}$ ,  $(A' \cup B)' = B' \cap A$

4.43. **4.52.** Rzucamy jeden raz monetą i jeden raz sześcienną kostką do gry, która na poszczególnych ściankach ma liczby 1, 2, 3, 4, 5, 6. Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom:

- $A$  – wypadł orzeł lub reszka i liczba 5,  
 $B$  – wypadła reszka i liczba oczek będąca liczbą pierwszą,  
 $C$  – wypadła liczba, będąca dzielnikiem liczby 12,  
 $D$  – wypadł orzeł lub wypadła liczba 1.

Odp.  $C = \{(O, 1), (R, 1), (O, 2), (R, 2), (O, 3), (R, 3), (O, 4), (R, 4), (O, 6), (R, 6)\}$

4.44. **4.53.** Rzucamy trzykrotnie monetą. Oznaczmy zdarzenia:  $A$  – reszka wypadła co najwyżej raz,  $B$  – orzeł wypadł co najmniej raz,  $C$  – reszka wypadła dwa razy.

- a) Wypisz zdarzenia elementarne sprzyjające zdarzeniom:  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ .
- b) Podaj, jaka zależność zachodzi między następującymi zdarzeniami:  
 $A$  i  $B$ ,  $C$  i  $B$ ,  $A \cup C$  i  $B$ ,  $B'$  i  $A$ .
- c) Opisz zdarzenia  $B \cup C'$  oraz  $B' \cap C$ .

Odp. b)  $A \subset B$ , czyli zdarzenie  $A$  pociąga za sobą zdarzenie  $B$ ;  $C \subset B$ ;  $A \cup C = B$ , czyli zdarzenia  $A \cup C$  oraz  $B$  są identyczne;  $B' \cap A = \emptyset$ , czyli zdarzenia  $B'$  i  $A$  się wykluczają c)  $B \cup C'$  – zdarzenie pewne;  $B' \cap C$  – zdarzenie niemożliwe