

**4.147.** Klasa IV d liczy 30 uczniów. 12 osób z tej klasy chodzi na kółko fizyczne, 15 na kółko chemiczne, a 10 osób nie chodzi na żadne z tych kółek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wybrana osoba z tej klasy:

- a) chodzi na kółko fizyczne pod warunkiem, że chodzi na kółko chemiczne,  
 b) chodzi na kółko chemiczne pod warunkiem, że nie chodzi na kółko fizyczne.

Odp. a)  $\frac{7}{15}$  b)  $\frac{4}{9}$

**4.148.** W pewnym klubie są dwie sekcje sportów zespołowych: koszykówka i siatkówka, na które uczęszcza łącznie 90 osób. Tabela obok przedstawia, ile kobiet i ilu mężczyzn uprawia każdą z tych dyscyplin.

|            | Kobiety | Mężczyźni |
|------------|---------|-----------|
| koszykówka | 25      | 30        |
| siatkówka  | 15      | 20        |

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że losowo wybrana osoba z tej grupy:

- a) uczęszcza na siatkówkę pod warunkiem, że jest kobietą,  
 b) jest kobietą pod warunkiem, że uprawia siatkówkę,  
 c) jest mężczyzną pod warunkiem, że uprawia koszykówkę,  
 d) uczęszcza na koszykówkę pod warunkiem, że jest mężczyzną.

Odp. a)  $\frac{3}{8}$  b)  $\frac{3}{7}$  c)  $\frac{6}{11}$  d)  $\frac{3}{5}$

**4.149.** Do restauracji dostarczono z hurtowni pudło zawierające 30 paczek herbaty w trzech rodzajach, pochodzące z dwóch krajów. Liczbę paczek herbaty każdego typu przedstawia tabela obok.

| Rodzaj herbaty \ Pochodzenie | Cejlon | Chiny |
|------------------------------|--------|-------|
| czarna                       | 12     | 8     |
| owocowa                      | 4      | 3     |
| zielona                      | 1      | 2     |

Z pudła wyjęto losowo jedną paczkę herbaty. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia:

- a) wyjęto paczkę herbaty owocowej, jeśli wiadomo, że paczka ta została wyprodukowana na Cejlonie,  
 b) wyjęto paczkę herbaty wyprodukowanej w Chinach, jeśli wiadomo, że wyjęto paczkę herbaty czarnej,  
 c) wyjęto paczkę herbaty zielonej.

Odp. a)  $\frac{4}{17}$  b)  $\frac{2}{5}$  c)  $\frac{1}{10}$

**4.150.** Do sklepu zakupiono 400 tabliczek czekolady w trzech rodzajach: mleczna, gorzka i biała – które zostały wyprodukowane przez cztery różne firmy A, B, C, D. Liczbę tabliczek każdego typu przedstawia poniższa tabela.

| Rodzaj czekolady | Firma A | Firma B | Firma C | Firma D |
|------------------|---------|---------|---------|---------|
| biała            | 10      | 20      | 15      | 5       |
| gorzka           | 40      | 30      | 20      | 10      |
| mleczna          | 100     | 50      | 75      | 25      |

Wybieramy losowo jedną tabliczkę czekolady. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana czekolada:

- a) jest mleczna, jeżeli wiadomo, że pochodzi z firmy C,
- b) nie jest biała, jeżeli wiadomo, że pochodzi z firmy A,
- c) jest z firmy B lub z firmy C, jeżeli wiadomo, że jest gorzka,
- d) nie jest z firmy D, jeżeli wiadomo, że jest biała lub mleczna.

Odp. a)  $\frac{15}{22}$  b)  $\frac{14}{15}$  c)  $\frac{1}{2}$  d)  $\frac{9}{10}$

**4.151.** Rzucamy raz dwiema symetrycznymi, sześciennymi kostkami do gry i dodajemy liczby uzyskanych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek będącej liczbą parzystą, jeśli wiadomo, że na kostkach wypadła różna liczba oczek.

Odp.  $\frac{2}{5}$

**4.152.** Rzucamy raz dwiema symetrycznymi, sześciennymi kostkami do gry i dodajemy liczby uzyskanych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek większej od 8, jeśli wiadomo, że przynajmniej na jednej kostce wypadło pięć oczek.

Odp.  $\frac{5}{11}$

**4.153.** Ze zbioru  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  losujemy kolejno, bez zwracania dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że druga z wylosowanych liczb będzie nieparzysta, jeśli wiadomo, że pierwsza z wylosowanych liczb jest:

- a) nieparzysta
- b) parzysta.

Odp. a)  $\frac{1}{2}$  b)  $\frac{5}{8}$

**4.154.** Ze zbioru  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  losujemy kolejno, bez zwracania dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma wylosowanych liczb będzie podzielna przez 3, jeśli wiadomo, że pierwsza z wylosowanych liczb jest:

a) liczbą pierwszą

b) liczbą podzielną przez 3.

Odp. a)  $\frac{11}{32}$  b)  $\frac{1}{4}$

**4.155.** Rzucamy trzy razy czworościenną symetryczną kostką do gry. Na ściankach tej kostki wypisane są liczby od 1 do 4, po jednej na każdej ścianie. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma trzech otrzymanych liczb jest równa 7, jeśli wiadomo, że tylko w jednym rzucie wypadła liczba 1.

Odp.  $\frac{1}{3}$

**4.156.** Z talii 52 kart losujemy jednocześnie dwie karty. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch asów, jeśli wiadomo, że żadna z wyciągniętych kart nie jest damą.

Odp.  $\frac{\binom{4}{2}}{\binom{48}{2}}$ , czyli  $\frac{1}{188}$

**4.157.** Oblicz  $P(A|B)$ , jeśli wiadomo, że:

a)  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$ ,  $P(A) = \frac{1}{4}$

b)  $P(B) = \frac{3}{4}$ ,  $P(A' \cap B) = \frac{1}{3}$

c)  $P(B|A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(A) = \frac{4}{9}$ ,  $P(A' \cap B) = \frac{1}{8}$

d)  $P(A \cap B') = \frac{1}{5}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ ,  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

Odp. a)  $\frac{1}{4}$  b)  $\frac{5}{9}$  c)  $\frac{4}{7}$  d)  $\frac{8}{11}$

**D 4.158.** Wykaż, że jeśli  $A, B \subset \Omega$ ,  $P(A) = 0,8$  oraz  $P(B) = 0,6$ , to  $P(A|B) \geq \frac{2}{3}$ .

Odp. *wskazówka:*  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \geq 0,8 + 0,6 - 1$ , skąd  $P(A \cap B) \geq 0,4$

**4.159.** Rzucamy trzy razy sześcienną symetryczną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że co najmniej raz wypadło pięć oczek, jeśli wiadomo, że za każdym razem wypadła inna liczba oczek.

Odp.  $\frac{1}{2}$

**4.160.** Z talii 52 kart losujemy jednocześnie cztery karty. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch króli, jeśli wiadomo, że wśród wyciągniętych kart jest co najmniej jeden as.

Odp.  $\frac{\binom{4}{1}\binom{4}{2}\binom{44}{1} + \binom{4}{2}\binom{4}{2}}{\binom{52}{4} - \binom{48}{4}}$ , czyli  $\frac{1092}{76145}$

**4.161.** Strzelec A trafia w cel z prawdopodobieństwem 0,7, strzelec B – z prawdopodobieństwem 0,6, a strzelec C – z prawdopodobieństwem 0,5. Strzelcy A, B, C oddali po jednym strzale do celu. Okazało się, że dwa pociski trafiły w cel. Co jest bardziej prawdopodobne:

- strzelec C trafił w cel, czy też
- strzelec C nie trafił w cel?

Odp. Strzelec C trafił w cel pod warunkiem, że dwa pociski trafiły w cel, z prawdopodobieństwem  $\frac{23}{44}$ .

**4.162.** Na trasie samochodu znajdują się trzy skrzyżowania z działającą sygnalizacją świetlną. Na pierwszym skrzyżowaniu samochód trafia na zielone światło z prawdopodobieństwem 0,4. Jeśli samochód trafi na skrzyżowaniu na światło zielone, to prawdopodobieństwo, że na następnym skrzyżowaniu będzie miał też światło zielone, wzrasta o 0,15 od analogicznego prawdopodobieństwa na poprzednim skrzyżowaniu. Jeśli samochód trafi na światło czerwone, to prawdopodobieństwo, że na następnym skrzyżowaniu trafi na światło zielone, jest równe 0,4. Oblicz prawdopodobieństwo, że samochód:

- a) przejedzie przez trzy skrzyżowania bez zatrzymywania,
- b) zatrzyma się po raz pierwszy na trzecim skrzyżowaniu,
- c) zatrzyma się tylko raz na drugim skrzyżowaniu?

Odp. a) 0,154 b) 0,066 c) 0,072

## Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa

**4.163.** W pierwszym pudełku są 4 białe kule i 2 kule czarne, a w drugim – 2 kule białe i 8 kul czarnych. Rzucamy sześcienną symetryczną kostką do gry. Jeśli wypadnie jedno oczko, to losujemy jedną kulę z pierwszego pudełka. W przeciwnym wypadku – jedną kulę z drugiego pudełka. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej.

Odp.  $\frac{5}{18}$

**4.164.** W pierwszym koszu jest 6 piłek: 2 białe, 2 czerwone, 1 zielona i 1 niebieska. W drugim koszu jest 8 piłek: 3 białe i 5 szarych. Wybieramy losowo jedną piłkę z pierwszego kosza i nie oglądając jej, wkładamy do drugiego kosza. Następnie z drugiego kosza losujemy jedną piłkę. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania białej piłki z drugiego kosza.

Odp.  $\frac{10}{27}$

**4.165.** Z pierwszego pojemnika zawierającego 6 balonów czerwonych i 4 balony żółte losujemy jeden balon i nie oglądając go, wkładamy do drugiego pojemnika, w którym początkowo było 7 balonów żółtych i 4 czerwone. Następnie z drugiego pojemnika losujemy jednocześnie dwa balony. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania dwóch balonów różnego koloru.

Odp.  $\frac{169}{330}$

**4.166.** Do szuflady zawierającej 4 piłeczki pingpongowe dorzucono jedną pomarańczową piłeczkę. Następnie z pięciu piłeczek wylosowano jedną. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania piłeczki pomarańczowej przy założeniu, że wszystkie przypuszczenia o liczbie piłeczek w szufladzie w tym kolorze, przed doświadczeniem losowym, są jednakowo prawdopodobne.

Odp. 0,6

**4.167.** Rzucamy jeden raz sześcienną kostką do gry. Jeśli wypadną mniej niż trzy oczka, to rzucamy dwa razy symetryczną monetą. W przeciwnym wypadku wykonujemy trzy rzuty tą monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymamy tylko jednego orła.

---

Odp.  $\frac{5}{12}$

**4.168.** Jedna ścianka symetrycznej sześciennej kostki jest pomalowana na biało, dwie na czerwono i trzy na zielono. Wykonujemy jeden rzut tą kostką. Jeśli wypadnie ścianka w kolorze białym, to losujemy jedną liczbę ze zbioru liczb naturalnych jednocyfrowych. Jeśli wypadnie ścianka w kolorze czerwonym, to losujemy jedną liczbę ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych. Jeśli wypadnie ścianka w kolorze zielonym, to losujemy jedną liczbę ze zbioru liczb naturalnych trzycyfrowych. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana liczba jest podzielna przez 7.

---

Odp.  $\frac{103}{675}$

**4.169.** Dwie fabryki dostarczyły do magazynu kartony, przy czym 70% kartonów pochodzi z pierwszej fabryki, a pozostałe kartony – z drugiej. Kartony wadliwe stanowią 1% dostawy z pierwszej fabryki i 3% dostawy z drugiej fabryki. Z magazynu wzięto losowo jeden karton. Oblicz prawdopodobieństwo wybrania kartonu wadliwego.

---

Odp. 0,016

**4.170.** Wśród wyrobów pierwszej i drugiej firmy wyroby wadliwe stanowią odpowiednio 4% i 2%. Pierwsza z tych firm dostarcza do hurtowni trzy razy więcej towaru niż druga. W hurtowni zakupiono losowo jedną sztukę towaru. Oblicz prawdopodobieństwo zakupu towaru, który nie jest wadliwy.

---

Odp. 0,965

**4.171.** W każdym z trzech pojemników znajduje się po 10 opakowań pewnego produktu, przy czym w pierwszym pojemniku jest jedno opakowanie uszkodzone, w drugim są dwa takie opakowania, a w trzecim – trzy. Mamy wylosować dwa opakowania. Możemy to zrobić na dwa sposoby:

- 1) wszystkie opakowania zsypujemy do jednego pudełka i z niego losujemy jednocześnie dwa opakowania;
- 2) najpierw losujemy pudełko, a następnie losujemy dwa opakowania z tego pudełka.

Przy którym sposobie losowania prawdopodobieństwo wylosowania dwóch opakowań uszkodzonych jest większe?

---

Odp. przy pierwszym sposobie losowania

**4.172.** Mamy dwie symetryczne kostki do gry: sześcienną z liczbami od 1 do 6 na poszczególnych ściankach i ośmiościenną z liczbami od 1 do 8 na poszczególnych ściankach. Rzucamy symetryczną monetą. Jeśli wypadnie reszka, to rzucamy sześcienną kostką. W przeciwnym wypadku rzucamy ośmiościenną kostką.

- a) Oblicz prawdopodobieństwo, że wypadnie liczba większa od 5.  
 b) Wiadomo, że otrzymaliśmy liczbę większą od 5. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że w rzucie monetą wypadł orzeł.

Odp. a)  $\frac{13}{48}$     b)  $\frac{9}{13}$

**4.173.** W pierwszym pudełku mamy 3 kule białe i 5 czarnych, a w drugim pudełku – 4 kule białe i 2 czarne. Rzucamy jeden raz symetryczną sześcienną kostką do gry. Jeśli wypadnie liczba podzielna przez 3, to losujemy kulę z pierwszego pudełka. W przeciwnym wypadku – kulę z drugiego pudełka.

- a) Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana kula jest czarna.  
 b) Okazało się, że wylosowana kula jest czarna. Oblicz prawdopodobieństwo, że została wylosowana z pierwszego pudełka.

Odp. a)  $\frac{31}{72}$     b)  $\frac{15}{31}$

**4.174.** W klasie jest trzy razy więcej chłopców niż dziewcząt. Połowa dziewcząt i 60% chłopców z tej klasy uprawia sport. Losujemy jedną osobę z tej klasy.

- a) Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowana osoba uprawia sport.  
 b) Wiadomo, że wylosowana osoba uprawia sport. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosowano chłopca.

Odp. a) 0,575    b)  $\frac{18}{23}$

**4.175.** W pierwszym pojemniku mamy 2 kule białe i trzy czarne, a w drugim pojemniku – 1 kulę białą i 2 kule czarne. Wyciągamy jedną kulę z pierwszego pojemnika i nie oglądając jej przekładamy do drugiego pojemnika. Następnie z drugiego pojemnika losujemy dwie kule. Oblicz prawdopodobieństwo, że do drugiego pojemnika dołożyliśmy kulę białą, jeśli wiadomo, że kule wylosowane z drugiego pojemnika były w różnych kolorach.

Odp.  $\frac{8}{17}$

**4.176.** Do sklepu jest dostarczana herbata z Chin oraz herbata z Indii, przy czym w jednej dostawie jest dwa razy więcej paczek z herbatą chińską niż z herbatą indyjską. Wśród paczek z Chin 75% stanowią paczki z herbatą czarną, a 25% – paczki z herbatą zieloną. Natomiast z Indii paczek z zieloną herbatą jest tyle samo, co paczek z herbatą czarną. Po wylosowaniu jednej paczki herbaty z dostawy okazało się, że jest to herbata czarna. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że ta paczka herbaty pochodzi z Indii.

Odp. 0,25

**4.177.** Zakład dostarczający żarówki do sklepu ma dwie linie produkcyjne. Pierwsza linia dostarcza cztery razy więcej żarówek niż druga. Z pierwszej linii średnio 4 żarówki na 1000 są wadliwe, a z drugiej linii 8 żarówek na 1000 ma wady. Klient kupił sklepie żarówkę, wyprodukowaną przez ten zakład, i okazało się, że jest wadliwa. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że została wyprodukowana przez pierwszą linię produkcyjną.

Odp.  $\frac{2}{3}$

**4.178.** Fabryka wyprodukowała ten sam model samochodu w trzech kolorach: białym, czerwonym i niebieskim. Stosunek liczby wyprodukowanych samochodów w tych kolorach był odpowiednio równy 4 : 5 : 3. Prawdopodobieństwo, że samochód będzie miał usterki powłoki lakieru jest równe 0,01 dla koloru białego, 0,04 dla koloru czerwonego oraz 0,02 dla koloru niebieskiego. Wybrano losowo jeden samochód, który nie miał usterek powłoki lakieru. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że ten samochód jest biały.

Odp.  $\frac{22}{65}$

**4.179.** Test wykrywający pewną chorobę jest efektywny w 99% dla osób chorych (tzn. jeśli badany jest chory, test w 99% potwierdza chorobę) i w 98% dla osób zdrowych (tzn. jeśli badany jest zdrowy, test w 98% wyklucza chorobę). W pewnym regionie średnio 150 na 10 000 osób cierpi na tę chorobę.

- Oblicz prawdopodobieństwo, że test wykonany na losowo wybranej osobie z tego regionu wykaże u niej chorobę.
- U losowo badanej osoby z tego regionu test wykazał chorobę. Oblicz prawdopodobieństwo, że w rzeczywistości ta osoba cierpi na tę chorobę.

Odp. a) 0,03455 b)  $\frac{297}{691}$  ( $\approx 0,43$ )



## Niezależność zdarzeń

**4.180.** Wiadomo, że zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne oraz  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ,  $P(B') = \frac{1}{2}$ .

Oblicz  $P(A)$ .

Odp.  $\frac{1}{2}$

**4.181.** Wiadomo, że zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne oraz  $P(A' \cup B') = \frac{2}{3}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$ .

Oblicz  $P(A)$ .

Odp. 0,5

**4.182.** Zdarzenia  $A$ ,  $B$ ,  $C$  są niezależne. Oblicz  $P(C)$ , wiedząc dodatkowo, że  $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{27}$  i  $P(A) = 2P(B) = 4P(C)$ .

Odp.  $\frac{1}{6}$

**4.183.** Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami do gry. Określamy zdarzenia:  $A$  – na pierwszej kostce wypadła parzysta liczba oczek,  $B$  – na drugiej kostce wypadły trzy oczka. Czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne?

Odp. Zdarzenia są niezależne.

**4.184.** Rzucamy dwiema sześciennymi kostkami do gry. Określamy zdarzenia: – iloczyn liczby oczek na obu kostkach jest większy od 20,  $B$  – na obu kostkach wypadła parzysta liczba oczek. Czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne?

Odp. Zdarzenia nie są niezależne.

**4.185.** Z talii 52 kart losujemy jedną kartę. Określamy zdarzenia:

a)  $A$  – wylosowana karta jest figurą (tzn. asem, królem, damą lub waletem),

$B$  – wylosowana karta jest koloru czerwonego;

b)  $A$  – wylosowana kartę jest starsza od piątki,

$B$  – wylosowana karta jest damą lub kartą młodszą od siódemki.

Czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne?

Odp. a) Zdarzenia są niezależne. b) Zdarzenia nie są niezależne.

**4.186.** Ściany pewnego czworościanu foremnego pomalowano w następujący sposób: jedną na niebiesko, drugą na żółto, trzecią na czerwono, a czwartą w pasy w trzech wymienionych wcześniej kolorach. Rzucamy czworościanem i patrzymy na ściankę, na którą upadł. Oznaczamy zdarzenia:

$A$  – na ściance był kolor niebieski,

$B$  – na ściance był kolor żółty,

$C$  – na ściance był kolor czerwony.

Zbadaj niezależność par zdarzeń  $A$  i  $B$ ,  $B$  i  $C$  oraz  $A$  i  $C$ . Czy zdarzenia  $A$ ,  $B$ ,  $C$  są niezależne?

**Odp.** Zdarzenia są parami niezależne. Zdarzenia  $A$ ,  $B$ ,  $C$  nie są niezależne.

**4.187.** Wykonano dwa rzuty czworościanem foremnym opisanym w poprzednim zadaniu. Oznaczmy zdarzenia:

$A$  – w pierwszym rzucie czworościan upadł na ściankę, na której był kolor niebieski,

$B$  – w obu rzutach czworościan upadł na ścianki, na których był tylko kolor niebieski lub żółty.

Czy zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne?

**Odp.** Zdarzenia  $A$ ,  $B$  są niezależne.

**4.188.** Hurtownia otrzymuje dostawy towaru w piątki niezależnie z trzech zakładów  $Z_1, Z_2, Z_3$  z prawdopodobieństwem odpowiednio równym  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{3}{10}$  i  $\frac{1}{10}$ . Oblicz

prawdopodobieństwo zdarzeń:

a) hurtownia otrzymała w piątek dostawę tylko z jednego zakładu,

b) hurtownia otrzymała w piątek dostawę z co najmniej jednego zakładu.

**Odp.** a) 0,514 b) 0,748

**4.189.** Obwód elektryczny składa się z trzech elementów pracujących niezależnie. Prawdopodobieństwa awarii elementów tego obwodu są odpowiednio równe 0,1, 0,2 i 0,3. Oblicz prawdopodobieństwo, że nastąpi awaria obwodu, jeśli:

a) elementy połączone są szeregowo,

b) elementy połączone są równolegle.

**Odp.** a) 0,496 b) 0,006

*wskazówka:* Przy połączeniu szeregowym awaria obwodu nastąpi, jeśli uszkodzeniu ulegnie co najmniej jeden element tego obwodu. Przy połączeniu równoległym awaria obwodu nastąpi, jeśli uszkodzeniu ulegną wszystkie elementy tego obwodu.

**4.190.** Dane są trzy zdarzenia  $A, B, C$  parami niezależne, dla których  $P(A \cap B \cap C) = 0$  oraz  $2P(A) = 3P(B) = 3P(C)$ . Oblicz:

- największą wartość, jaką może przyjmować prawdopodobieństwo sumy zdarzeń  $A, B$  i  $C$ ,
- prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$ , dla którego prawdopodobieństwo sumy zdarzeń  $A, B$  i  $C$  przyjmuje największą wartość.

Odp. a)  $\frac{49}{64}$  b)  $\frac{21}{32}$

**D 4.191.** Wykaż, że jeśli  $P(B|A) = P(B|A')$ , gdzie  $P(A) > 0$  i  $P(A') > 0$ , to zdarzenia  $A$  i  $B$  są niezależne.

**D 4.192.** Strzelec oddaje  $n$  niezależnych strzałów do celu, przy czym prawdopodobieństwo nietrafienia w cel w  $k$ -tym strzale jest równe  $\frac{1}{(k+1)^2}$ , gdzie  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Wykaż, że prawdopodobieństwo trafienia we wszystkich  $n$  strzałach jest równe  $\frac{n+2}{2(n+1)}$ .

## Schemat Bernoulliego

**4.193.** Rzucamy jedenaście razy symetryczną monetą. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania orła:

- cztery razy
- dziesięć razy
- co najmniej jeden raz
- co najwyżej jeden raz.

Odp. a)  $\frac{165}{1024}$  b)  $\frac{11}{2048}$  c)  $\frac{2047}{2048}$  d)  $\frac{3}{512}$

**4.194.** Rzucamy sześć razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania liczby oczek będącej liczbą złożoną:

- pięć razy
- co najwyżej trzy razy.

Odp. a)  $\frac{4}{243}$  b)  $\frac{656}{729}$

**4.195.** Rzucamy pięciokrotnie czworościenną symetryczną kostką z liczbami 1, 2, 3, 4 na poszczególnych ścianach. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia: