

# Wartość bezwzględna - proste nierówności

Musimy umieć rozwiązać proste nierówności z wartością bezwzględną.

## Definicja

$|a - b|$  oznacza odległość  $a$  od  $b$ .

## Definicja

$|a - b|$  oznacza odległość  $a$  od  $b$ .

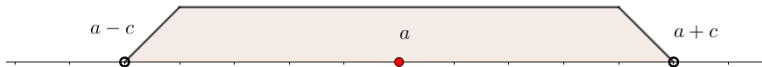
Konsekwencje:

- $|a - b| \geq 0$  - czyli odległość między dwoma punktami (na osi liczbowej) nie może być ujemna,
- $|a - b| = |b - a|$  - odległość  $a$  od  $b$  jest taka sama jak  $b$  od  $a$ ,
- $|a - b| \leq |a - c| + |c - b|$  odległość  $a$  od  $b$  jest nie większa niż suma odległości  $a$  od  $c$  i  $c$  od  $b$ .

Nierówności postaci

$$|x - a| < c$$

oznaczają, że odległość  $x$  od  $a$  ma być mniejsza od  $c$ . Czyli



$$x \in ]a - c, a + c[$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| < c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| < c$$

$$x - a > -c \quad \wedge \quad x - a < c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| < c$$

$$x - a > -c \quad \wedge \quad x - a < c$$

Czyli:

$$x > a - c \quad \wedge \quad x < a + c$$



W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| < c$$

$$x - a > -c \quad \wedge \quad x - a < c$$

Czyli:

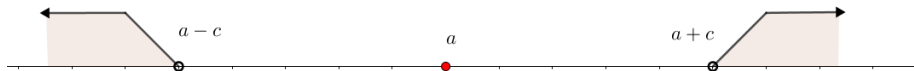
$$x > a - c \quad \wedge \quad x < a + c$$

Ostatecznie otrzymujemy:  $x \in ]a - c, a + c[$

## Nierówności postaci

$$|x - a| > c$$

oznaczają, że odległość  $x$  od  $a$  ma być większa od  $c$ . Czyli



$$x \in ] - \infty, a - c[ \cup ] a + c, \infty [$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| > c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| > c$$

$$x - a < -c \quad \vee \quad x - a > c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| > c$$

$$x - a < -c \quad \vee \quad x - a > c$$

Czyli:

$$x < a - c \quad \vee \quad x > a + c$$

W praktyce rozwiązujemy je następująco:

$$|x - a| > c$$

$$x - a < -c \quad \vee \quad x - a > c$$

Czyli:

$$x < a - c \quad \vee \quad x > a + c$$

Ostatecznie otrzymujemy:  $x \in ] - \infty, a - c[ \cup ]a + c, \infty[$

# Przykłady 1

Rozwiążmy  $|x| < 3$ .

# Przykłady 1

Rozwiążmy  $|x| < 3$ . Zapiszmy tę nierówność jako  $|x - 0| < 3$ , czyli odległość  $x$  od 0 musi być mniejsza od 3. Czyli

$$x > -3 \quad \wedge \quad x < 3$$



# Przykłady 1

Rozwiążmy  $|x| < 3$ . Zapiszmy tę nierówność jako  $|x - 0| < 3$ , czyli odległość  $x$  od 0 musi być mniejsza od 3. Czyli

$$x > -3 \quad \wedge \quad x < 3$$

Rozwiązanie:  $x \in ] - 3, 3[$

## Przykłady 2

Rozwiążmy  $|x - 1| < 2$ .

## Przykłady 2

Rozwiążmy  $|x - 1| < 2$ . Odległość  $x$  od 1 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie rozwiązujemy następująco:

$$x - 1 > -2 \quad \wedge \quad x - 1 < 2$$

## Przykłady 2

Rozwiążmy  $|x - 1| < 2$ . Odległość  $x$  od 1 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie rozwiązujemy następująco:

$$x - 1 > -2 \quad \wedge \quad x - 1 < 2$$

$$x > -1 \quad \wedge \quad x < 3$$

## Przykłady 2

Rozwiążmy  $|x - 1| < 2$ . Odległość  $x$  od 1 musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie rozwiązujemy następująco:

$$x - 1 > -2 \quad \wedge \quad x - 1 < 2$$

$$x > -1 \quad \wedge \quad x < 3$$

Rozwiązanie:  $x \in ] - 1, 3[$

## Przykłady 3

Rozwiążmy  $|2x - 5| < 4$ .

## Przykłady 3

Rozwiążmy  $|2x - 5| < 4$ . Odległość  $2x$  od  $5$  musi być mniejsza od  $4$ .

Algebraicznie:

$$2x - 5 > -4 \quad \wedge \quad 2x - 5 < 4$$

## Przykłady 3

Rozwiążmy  $|2x - 5| < 4$ . Odległość  $2x$  od 5 musi być mniejsza od 4.

Algebraicznie:

$$2x - 5 > -4 \quad \wedge \quad 2x - 5 < 4$$

$$x > 0.5 \quad \wedge \quad x < 4.5$$



## Przykłady 3

Rozwiążmy  $|2x - 5| < 4$ . Odległość  $2x$  od  $5$  musi być mniejsza od  $4$ .

Algebraicznie:

$$2x - 5 > -4 \quad \wedge \quad 2x - 5 < 4$$

$$x > 0.5 \quad \wedge \quad x < 4.5$$

Rozwiązanie:  $x \in ]0.5, 4.5[$

# Przykłady 4

Rozwiążmy  $|x + 7| < 2$ .

## Przykłady 4

Rozwiążmy  $|x + 7| < 2$ . Odległość  $x$  od  $-7$  musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie:

$$x + 7 > -2 \quad \wedge \quad x + 7 < 2$$

## Przykłady 4

Rozwiążmy  $|x + 7| < 2$ . Odległość  $x$  od  $-7$  musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie:

$$x + 7 > -2 \quad \wedge \quad x + 7 < 2$$

$$x > -9 \quad \wedge \quad x < -5$$

## Przykłady 4

Rozwiążmy  $|x + 7| < 2$ . Odległość  $x$  od  $-7$  musi być mniejsza od 2.

Algebraicznie:

$$x + 7 > -2 \quad \wedge \quad x + 7 < 2$$

$$x > -9 \quad \wedge \quad x < -5$$

Rozwiązanie:  $x \in ] - 9, -5[$

## Przykłady 5

Rozwiążmy  $|x - 3| > 4$ .

## Przykłady 5

Rozwiążmy  $|x - 3| > 4$ . Odległość  $x$  od 3 musi być większa od 4.

Algebraicznie:

$$x - 3 < -4 \quad \vee \quad x - 3 > 4$$

## Przykłady 5

Rozwiążmy  $|x - 3| > 4$ . Odległość  $x$  od 3 musi być większa od 4.

Algebraicznie:

$$x - 3 < -4 \quad \vee \quad x - 3 > 4$$

$$x < -1 \quad \vee \quad x > 7$$



## Przykłady 5

Rozwiążmy  $|x - 3| > 4$ . Odległość  $x$  od 3 musi być większa od 4.

Algebraicznie:

$$x - 3 < -4 \quad \vee \quad x - 3 > 4$$

$$x < -1 \quad \vee \quad x > 7$$

Rozwiązanie:  $x \in ] - \infty, -1[ \cup ]7, \infty[$

## Przykłady 6

Rozwiążmy  $|x + 1| > 8$ .

## Przykłady 6

Rozwiążmy  $|x + 1| > 8$ . Odległość  $x$  od  $-1$  musi być większa od 8.

Algebraicznie:

$$x + 1 < -8 \quad \vee \quad x + 1 > 8$$

## Przykłady 6

Rozwiążmy  $|x + 1| > 8$ . Odległość  $x$  od  $-1$  musi być większa od 8.

Algebraicznie:

$$x + 1 < -8 \quad \vee \quad x + 1 > 8$$

$$x < -9 \quad \vee \quad x > 7$$

## Przykłady 6

Rozwiążmy  $|x + 1| > 8$ . Odległość  $x$  od  $-1$  musi być większa od 8.

Algebraicznie:

$$x + 1 < -8 \quad \vee \quad x + 1 > 8$$

$$x < -9 \quad \vee \quad x > 7$$

Rozwiązanie:  $x \in ] - \infty, -9[ \cup ]7, \infty[$

# Przykłady 7

Rozwiążmy  $|4x + 5| > 1$ .

## Przykłady 7

Rozwiążmy  $|4x + 5| > 1$ . Odległość  $4x$  od  $-5$  musi być większa od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \quad \vee \quad 4x + 5 > 1$$

## Przykłady 7

Rozwiążmy  $|4x + 5| > 1$ . Odległość  $4x$  od  $-5$  musi być większa od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \quad \vee \quad 4x + 5 > 1$$

$$x < -1.5 \quad \vee \quad x > -1$$



# Przykłady 7

Rozwiążmy  $|4x + 5| > 1$ . Odległość  $4x$  od  $-5$  musi być większa od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \quad \vee \quad 4x + 5 > 1$$

$$x < -1.5 \quad \vee \quad x > -1$$

Rozwiązanie:  $x \in ] - \infty, -1.5[ \cup ] - 1, \infty[$

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na [T.J.Lechowski@gmail.com](mailto:T.J.Lechowski@gmail.com).