

Zestaw D. Zadania otwarte

← odpowiedzi
- s. 148
modele
- s. 149

Zadanie 1. (4 pkt)

Rozwiąż nierówność $|x^2 - x| - |x - 5| \leq 3$.

Zadanie 2. (2 pkt) CKE 2015

Liczby -1 i 3 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f . Oblicz $\frac{f(6)}{f(12)}$.

Zadanie 3. (5 pkt)

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = \sqrt{x^4 - 6x^3 + 9x^2} - 3x$. Rozwiąż nierówność $f(x) > 0$.

Zadanie 4. (3 pkt)

Zbadaj liczbę pierwiastków równania $x^2 + 2x + |x^2 + 2x| = m$ w zależności od wartości parametru m .

Zadanie 5. (4 pkt)

Naszkicuj wykres funkcji $f(x) = |(x - p)^2 + 2p|$ dla $p = -2$. Dla jakich wartości parametru p równanie $f(x) = 6$ ma dokładnie trzy rozwiązania?

Zadanie 6. (3 pkt) CKE

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej m prawdziwa jest nierówność:

$$20x^2 - 24mx + 18m^2 \geq 4x + 12m - 5$$

Zadanie 7. (5 pkt) CKE

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja f określona wzorem:

$$f(x) = (m^2 - 1)x^2 - 2(1 - m)x + 2$$

przyjmuje wartości dodatnie dla każdej liczby rzeczywistej.

Zadanie 8. (4 pkt)

Dana jest funkcja $f(x) = \sqrt{(m - 2)x^2 + (m - 2)x + 1}$. Dla jakich wartości parametru m jej dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych?

Zadanie 9. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m funkcja $f(x) = (3 - m)x^2 + mx - m$ przyjmuje wartości ujemne dla każdego $x \in \mathbf{R}$?

Zadanie 10. (5 pkt)

Dla jakich wartości parametru m suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania $x^2 + (m - 4)x - 4m = 0$ jest cztery razy większa od sumy tych pierwiastków?

Zadanie 11. (5 pkt)

Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + (m + 2)x + \frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 5 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, których iloczyn i suma są liczbami przeciwnymi?

Zadanie 12. (3 pkt)

Zapisz wzór funkcji f , która każdej liczbie $n \in \mathbf{N}_+$ przyporządkowuje największą liczbę całkowitą x spełniającą nierówność $x^2 - 2nx - 8n^2 < 0$.

Zadanie 13. (3 pkt)

Wyznacz dziedzinę i naszkicuj wykres funkcji $f(n) = x_1 + x_2$, gdzie x_1, x_2 są różnymi pierwiastkami równania $nx^2 - (n+2)x + n + 2 = 0$.

Zadanie 14. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m równanie $x^2 + (m-1)x + m - 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki, z których jeden jest sinusem, a drugi – cosinusem tego samego kąta?

Zadanie 15. (5 pkt) CKE

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $x^2 + mx + 2 = 0$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste takie, że suma ich kwadratów jest większa od $2m^2 - 13$.

Zadanie 16. (5 pkt) CKE 2015

Dany jest trójmian kwadratowy $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$. Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian f ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1, x_2 , spełniające warunek $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$.

Zadanie 17. (6 pkt)

Dla jakich wartości parametru m jedno z rozwiązań równania $\frac{16}{m^2}x^2 - 6mx + m^2 = 0$ jest sześcianem drugiego rozwiązania? Znajdź te rozwiązania.

Zadanie 18. (5 pkt)

Wyznacz wartości parametru m , dla których zbiorem wartości funkcji:

$$f(x) = \frac{1}{4}mx^2 + (m-1)x - m^2 + m + 1$$

jest przedział $\langle 1; \infty \rangle$.

Zadanie 19. (6 pkt)

Dla jakich wartości parametru m trójmian kwadratowy $y = (m+1)x^2 + 2x - 4m + 1$ ma przynajmniej jeden pierwiastek dodatni?

Zadanie 20. (7 pkt)

Dla jakich wartości parametru m pierwiastkami równania $x^2 - 2mx - m^2 - 2m + 4 = 0$ są dwie różne liczby ujemne x_1 i x_2 spełniające warunek $|x_1 - x_2| = 4\sqrt{2}$?

Zadanie 21. (6 pkt) CKE

Dane jest równanie $(x+3)[x^2 + (p+4)x + (p+1)^2] = 0$ z niewiadomą x .

a) Rozwiąż to równanie dla $p = 1$.

b) Wyznacz wszystkie wartości parametru p , dla których równanie to ma tylko jedno rozwiązanie.