

Zestaw D. Zadania otwarte

odpowiedzi
- s. 168
modele
- s. 169

Zadanie 1. (5 pkt)

Oblicz wartość wyrażenia $\cos 35^\circ \cdot \cos 40^\circ + \cos 130^\circ \cdot \sin 395^\circ$, nie korzystając z tablic ani kalkulatora.

Zadanie 2. (5 pkt)

Wyznacz rozwiązania równania $2 \cos^2 x + 5 \sin x + 1 = 0$ należące do przedziału $\langle 0; 2\pi \rangle$.

Zadanie 3. (5 pkt)

Wyznacz największą liczbę ujemną spełniającą równanie $\cos x - \sin x \operatorname{tg} x = 1$.

Zadanie 4. (4 pkt) CKE

Rozwiąż równanie $\sin 5x - \cos 2x + \sin x = 0$.

Zadanie 5. (4 pkt)

Wyznacz wszystkie liczby całkowite z przedziału $\langle 0; 2\pi \rangle$, które należą do zbioru rozwiązań nierówności $6 \sin^2 x + 2 \cos 2x \geq 3$.

Zadanie 6. (3 pkt)

Oblicz $\sin 2x$, jeśli $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$.

Zadanie 7. (4 pkt)

Oblicz $\cos 4x$, jeśli $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$.

Zadanie 8. (3 pkt) CKE 2015

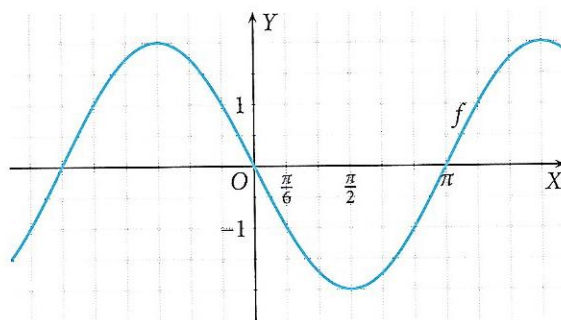
Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x , spełniające równanie $\sin 5x - \sin x = 0$.

Zadanie 9. (3 pkt) CKE

Wykaż, że dla każdego kąta α prawdziwa jest równość $4(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) = 1 + 3 \cos^2 2\alpha$.

Zadanie 10. (4 pkt)

Na rysunku obok przedstawiono wykres funkcji $f(x) = a \cos(x - p)$. Wyznacz a i p . Rozwiąż nierówność $f(x) \geq -\sqrt{2}$ w przedziale $\langle -\pi; \pi \rangle$.

**Zadanie 11.** (5 pkt)

Funkcja f dana jest wzorem $f(x) = 1 + \sin(-x) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$. Wyznacz wartości parametru m , dla których równanie $f(x) = m$ ma dwa rozwiązania w przedziale $\langle \pi; 2\pi \rangle$.

Zadanie 12. (6 pkt)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 1 + 2 \cos x - \sin^2 x$. Znajdź argument, dla którego funkcja f przyjmuje najmniejszą wartość.

Zadanie 13. (4 pkt)

Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sin x(\operatorname{tg} x + \sin x)}{\cos x(1 + \sin x)}$. Uzasadnij, że przyjmuje ona tylko wartości nieujemne.

Zadanie 14. (6 pkt)

Dla jakich wartości parametru m równanie:

$$\sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{5}\right) + 3 = 4 \sin m - \sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right) \cdot \cos x$$

nie jest sprzeczne?

Zadanie 15. (5 pkt)

Naszkcuj wykres funkcji $f(x) = \sqrt{1 - \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$ dla $x \in \langle -\pi; \pi \rangle$. Odczytaj z wykresu, dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartość $\frac{1}{2}$.

Zadanie 16. (6 pkt)

Niech A będzie zbiorem rozwiązań równania $2 \sin x + \sqrt{2} = \sqrt{2} \cos x + \sin 2x$ w przedziale $\langle -\pi; \pi \rangle$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że losowo wybrana liczba ze zbioru A jest ujemna.

Zadanie 17. (5 pkt)

Wyznacz wartości parametru m , dla których równanie $\sin^2 4x = 4 - \frac{m+10}{2m}$ ma rozwiązania.

Zadanie 18. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru a równanie $|3 - 4 \sin x| = a^2 + 3$ jest sprzeczne?

Zadanie 19. (6 pkt)

Dane jest równanie $\sin x(\sin^2 x - p) = 0$ z parametrem p .

a) Rozwiąż to równanie w przedziale $\langle -\pi; \pi \rangle$, gdy $p = 0,5$.

b) Dla jakich wartości p równanie to ma trzy różne rozwiązania w przedziale $\langle -\pi; \pi \rangle$?

Zadanie 20. (4 pkt)

Ile jest dodatnich rozwiązań równania $1 - |x - 4| = 2 \sin m$ w zależności od parametru m ?

Zadanie 21. (4 pkt)

Narysuj wykres funkcji $f(x) = \frac{\sin x - |\cos x|}{\cos x}$ dla $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Odczytaj z wykresu rozwiązania nierówności $f(x) \geq 0$.

Zadanie 22. (4 pkt)

Narysuj wykres funkcji:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos x}$$

dla $x \in \left(-\frac{3}{2}\pi; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi\right)$. Odczytaj z wykresu rozwiązania równania $f(x) = \sqrt{3}$.