

Zestaw D. Zadania otwarte

← odpowiedzi
– s. 154
modele
– s. 155

Zadanie 1. (3 pkt)

Dla jakich wartości x liczba $x^3 + x^2 + x$ jest nie mniejsza od liczby $3x^2 + 3x + 3$?

Zadanie 2. (3 pkt)

Jednym z pierwiastków wielomianu $w(x) = (m - 1)x^3 + x^2 - 3mx - m$ jest liczba 2. Wyznacz wartość parametru m oraz pozostałe pierwiastki wielomianu w .

Zadanie 3. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametru m wielomian $w(x) = 2x^3 - (m + 7)x^2 + (m^2 - 2m + 7)x + 6$ jest podzielny przez dwumian $q(x) = x - m$?

Zadanie 4. (4 pkt)

Dla jakich wartości parametrów m i n liczba 2 jest trzykrotnym pierwiastkiem wielomianu $w(x) = x^4 - 5x^3 + mx^2 + 4x + n$?

Zadanie 5. (6 pkt)

Wyznacz wartości parametru m , dla których równanie $(m + 1)x^4 - (m + 1)x^2 + 4m = 0$ ma cztery różne pierwiastki.

Zadanie 6. (3 pkt)

Wielomian $w(x) = x^3 + (\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5})x^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{10} + \sqrt{15})x + \sqrt{30}$ ma trzy pierwiastki rzeczywiste. Oblicz sumę kwadratów pierwiastków tego wielomianu.

Zadanie 7. (5 pkt)

Wykaż, że dla dowolnej wartości parametru $p \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, 0\}$ wielomian:

$$w(x) = px^3 + x^2(p - 2) - x(1 + 2p)$$

ma trzy pierwiastki rzeczywiste.

Zadanie 8. (3 pkt)

Dla jakich wartości parametru p wielomian $w(x) = x^3 + x^2(p + 3) + 4px$ ma dokładnie jeden pierwiastek?

Zadanie 9. (4 pkt)

Wykaż, że dla dowolnych liczb $a, b \in \mathbf{R}$ wielomian $w(x) = x^3 - (a - b)x^2 - 2b(a + b)x$ jest podzielny przez dwumian $q(x) = x - a - b$.

Zadanie 10. (4 pkt)

Pierwiastkami wielomianu w o współczynnikach całkowitych są liczby -3 , -2 i -1 . Wykaż, że dla dowolnej liczby naturalnej n liczba $w(n)$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 11. (6 pkt)

Wielomian $w(x) = x^3 + mx^2 + nx + 4$ jest podzielny przez dwumian $x - 1$, a reszta z dzielenia tego wielomianu przez dwumian $x + 1$ jest równa 8. Wyznacz wzór wielomianu w , a następnie rozwiąż nierówność $w(x) \geq x^2 - x$.

Zadanie 12. (5 pkt)

Wykaż, że pierwiastkami wielomianu $w(x) = 2x^3 + x^2 - 6x - 3$ są liczby $x_1 = 2 \sin \frac{5\pi}{3}$, $x_2 = \log_{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt[4]{8}}{2} \right)$ oraz $x_3 = \sqrt{2} \log_2 3$.

Zadanie 13. (4 pkt)

Wyznacz wartość parametru m , dla której reszta z dzielenia wielomianu:

$$w(x) = 2x^9 + m^3x^8 + (m^2 - 2)x^5 - 4m(1 + m)x^2 + 3mx$$

przez dwumian $x + 1$ jest równa 1.

Zadanie 14. (5 pkt)

Wielomian $w(x) = x^7 - 3mx^4 + (2m^2 - 4)x$ ma trzy pierwiastki rzeczywiste. Wyznacz wartość parametru m , dla której suma sześciątów pierwiastków wielomianu w jest równa 6.

Zadanie 15. (6 pkt) CKE 2015

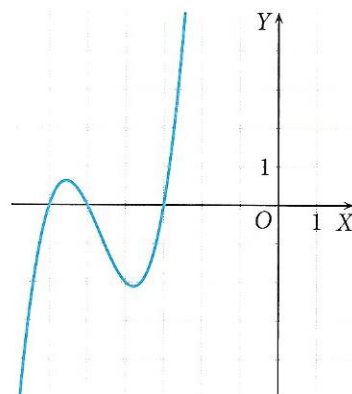
Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki a , b i c . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.

Zadanie 16. (4 pkt) CKE

Przy dzieleniu wielomianu w przez dwumian $(x - 1)$ otrzymujemy iloraz $q(x) = 8x^2 + 4x - 14$ oraz resztę $r = -5$. Oblicz pierwiastki wielomianu w .

Zadanie 17. (4 pkt) CKE

Wielomian trzeciego stopnia f , którego fragment wykresu przedstawiono na rysunku, spełnia warunek $f(0) = 90$. Wielomian g dany jest wzorem $g(x) = x^3 - 14x^2 + 63x - 90$. Wykaż, że $g(x) = -f(-x)$ dla $x \in \mathbf{R}$.

**Zadanie 18.** (6 pkt)

Dla jakich wartości parametrów a , b i c wielomian:

$$w(x) = x^5 + ax^4 - bx^3 - 3bx^2 + 2cx + 12$$

jest podzielny przez wielomian $q(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$?

Zadanie 19. (5 pkt)

Wykaż, że dla dowolnego $m \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ równanie $-x^3 + x^2(2 - m^2) + x(2m^2 + 4) - 8 = 0$ ma trzy pierwiastki. Dla jakiej wartości parametru m suma pierwiastków tego równania jest równa -7 ?