

Zestaw D – modele rozwiązań zadań otwartych

Numer
zadania

Etapy rozwiązania zadania

- Rozważenie przypadku losowania ze zwracaniem. Opis zbioru zdarzeń elementarnych oraz wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń: Ω_1 – 3-elementowe wariacje z powtórzeniami ze zbioru 6-elementowego, $\overline{\Omega}_1 = 6^3$
- Opis zdarzenia A_1 – zapisana liczba jest większa od 430, i wyznaczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A_1 : $\overline{A}_1 = 2 \cdot 6^2 + 6 + 3 \cdot 6$
- Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A_1 : $P(A_1) = \frac{\overline{A}_1}{\overline{\Omega}_1} = \frac{4}{9}$
1. Rozważenie losowania bez zwracania. Opis zbioru zdarzeń elementarnych oraz wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń: Ω_2 – 3-elementowe wariacje bez powtórzeń ze zbioru 6-elementowego, $\overline{\Omega}_2 = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \cdot 5 \cdot 4$
- Opis zdarzenia A_2 – zapisana liczba jest większa od 430 i wyznaczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A_2 : $\overline{A}_2 = 2 \cdot 5 \cdot 4 + 4 + 2 \cdot 4$
- Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A_2 : $P(A_2) = \frac{\overline{A}_2}{\overline{\Omega}_2} = \frac{13}{30}$
- Podanie odpowiedzi: W przypadku losowania ze zwracaniem.
- Opis zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – kombinacje 3-elementowe ze zbioru $(n+6)$ -elementowego, wyznaczenie liczby zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega} = \binom{n+6}{3}$
- Opis zdarzenia A – trójki punktów nieleżących na jednej prostej wybranych spośród $n+2$ punktów, wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A : $\overline{A} = \binom{6}{2} \cdot n + \binom{n}{2} \cdot 6$
2. Zapisanie równania: $P(A) = \frac{\overline{A}}{\overline{\Omega}} = \frac{18n}{(n+5)(n+6)} = \frac{9}{14}$
- Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $n = 2$ lub $n = 15$
- Opis zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – kombinacje 2-elementowe ze zbioru 8-elementowego, wyznaczenie liczby zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega} = \binom{8}{2}$
3. Opis zdarzenia A – wyciągnięcie kul o różnych kolorach, i obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A : $\overline{A} = \binom{2}{1} \binom{6}{1}$

Numer
zadania

Etapy rozwiązania zadania

- Opis zdarzenia B – wyciągnięcie kul tego samego koloru, i obliczenie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu B : $\overline{\overline{B}} = \binom{2}{2} + \binom{6}{2}$
3. cd. Obliczenie prawdopodobieństw: $P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{3}{7}$, $P(B) = \frac{\overline{\overline{B}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{4}{7}$ i stwierdzenie, że zdarzenie B jest bardziej prawdopodobne
- Oznaczenie przez n liczby białych kul, które należy dołożyć, i zapisanie równania:
- $$\binom{6}{1} \binom{2+n}{1} = \frac{1}{2} \binom{8+n}{2}$$
- Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $n = 1$ lub $n = 8$
- Opis zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – permutacje n -elementowe, wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych: $\overline{\overline{\Omega}} = n!$
4. Opis zdarzenia A – kula o numerze 1 nie trafi do szuflady o numerze 1, oraz wyznaczenie liczby elementów zbioru A : $\overline{\overline{A}} = (n-1)(n-1)!$
- Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{n-1}{n}$
- Rozwiązanie nierówności $P(A) > 0,9$: $n > 10$
5. Opis zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – wariacje 7-elementowe z powtórzeniami ze zbioru 6-elementowego, wyznaczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych: $\overline{\overline{\Omega}} = 6^7$
5. a) Opis zdarzenia A – wypadną tylko parzyste liczby oczek, i wyznaczenie $\overline{\overline{A}}$: $\overline{\overline{A}} = 3^7$
- Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$
5. b) Opis zdarzenia B – pojawiają się wszystkie liczby oczek, i wyznaczenie $\overline{\overline{B}}$: $\overline{\overline{B}} = 6 \cdot \binom{7}{2} \cdot 5!$
- Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia B : $P(B) = \frac{\overline{\overline{B}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{70}{6^4} = \frac{35}{648}$
- Opis zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – permutacje 8-elementowe, wyznaczenie $\overline{\overline{\Omega}}$: $\overline{\overline{\Omega}} = 8!$
6. Opis zdarzenia A – otrzymanie liczby, w której wszystkie cyfry nieparzyste są na początku oraz cyfra 1 jest bezpośrednio przed cyfrą 2, oraz wyznaczenie $\overline{\overline{A}}$: $\overline{\overline{A}} = 3! \cdot 3!$
- Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A : $P(A) = \frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}} = \frac{1}{1120}$
- Oznaczenie liczby mężczyzn przez n . Opis zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – 3-elementowe kombinacje ze zbioru $(n+5)$ -elementowego, wyznaczenie $\overline{\overline{\Omega}}$: $\overline{\overline{\Omega}} = \binom{n+5}{3}$
7. Opis zdarzenia A – w delegacji jest więcej mężczyzn niż kobiet, wyznaczenie $\overline{\overline{A}}$:
- $$\overline{\overline{A}} = \binom{5}{2}n + \binom{5}{3}$$

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
7. cd.	<p>Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{\overline{A}}{\overline{\Omega}} = \frac{60(n+1)}{(n+5)(n+4)(n+3)}$</p> <p>Zapisanie równania: $\frac{60(n+1)}{(n+5)(n+4)(n+3)} = \frac{6}{7}$</p> <p>Przekształcenie równania do postaci: $n^3 + 12n^2 - 23n - 10 = 0$</p> <p>Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $n = 2$</p>
8.	<p>Oznaczenie liczby kostek przez n. Opis zbioru zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega}$ – wariacje n-elementowe z powtórzeniami ze zbioru 3-elementowego, wyznaczenie $\overline{\Omega}$: $\overline{\Omega} = 3^n$</p> <p>Opis zdarzenia A – wypadnie co najmniej jedna szóstka, i rozważenie zdarzenia A' – nie wypadnie żadna szóstka, oraz wyznaczenie $\overline{A'}$: $\overline{A'} = 2^n$</p> <p>Wyznaczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A': $P(A') = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ oraz prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n$</p> <p>Zapisanie i rozwiązanie nierówności: $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n > \frac{3}{n}$. Podanie odpowiedzi: $n \geq 4$</p>
9.	<p>Opis zbioru zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega}$ – permutacje 20-elementowe, wyznaczenie $\overline{\Omega}$: $\overline{\Omega} = 20!$</p> <p>Opis zdarzenia A – osoby tej samej płci nie siedzą obok siebie, i wyznaczenie \overline{A}: $\overline{A} = 2 \cdot 10! \cdot 10!$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{\overline{A}}{\overline{\Omega}} = \frac{1}{2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19}$ i stwierdzenie, że $P(A) < 0,001$</p>
10.	<p>Opis zbioru zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega}$ – 2-elementowe wariacje bez powtórzeń ze zbioru 50-elementowego, wyznaczenie $\overline{\Omega}$: $\overline{\Omega} = 50 \cdot 49$</p> <p>Opis zdarzenia A – iloraz pierwszej liczby przez drugą należy do przedziału $(1; 2)$, oraz wyznaczenie \overline{A}: $\overline{A} = 2(1 + 2 + \dots + 24) + 25 = 625$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{625}{2450} = \frac{25}{98}$</p> <p>Opis zbioru zdarzeń elementarnych: $\overline{\Omega}$ – kombinacje 2-elementowe ze zbioru 50-elementowego, wyznaczenie $\overline{\Omega}$: $\overline{\Omega} = \binom{50}{2}$. Oznaczenie liczby wadliwych żarówek przez n</p> <p>Opis zdarzenia A – co najmniej jedna wybrana żarówka jest zepsuta, opis zdarzenia przeciwnego A' – dwie wybrane żarówki są dobre</p>
11.	<p>Wyznaczenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A': $\overline{A'} = \binom{50-n}{2}$</p> <p>Zapisanie prawdopodobieństwa zdarzenia A' w postaci: $P(A') = \frac{\overline{A'}}{\overline{\Omega}} = \frac{(50-n)(49-n)}{50 \cdot 49}$</p> <p>Zapisanie nierówności $P(A) \leq \frac{1}{25}$ i nierówności $P(A') \geq \frac{24}{25}$</p> <p>Rozwiązanie nierówności $\frac{(50-n)(49-n)}{50 \cdot 49} \geq \frac{24}{25}$ i podanie odpowiedzi: $n = 1$</p>

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
12.	<p>Opisanie zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – trójelementowe wariacje z powtórzeniami zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ oraz opisanie zdarzeń A i B: A – otrzymamy co najmniej raz jedno oczko, B – otrzymamy co najmniej raz sześć oczek</p> <p>Zapisanie wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe $P(A B)$: $P(A B) = \frac{\overline{A \cap B}}{\overline{B}}$</p> <p>Wyznaczenie liczby elementów zbioru B: $\overline{B} = \overline{\Omega} - \overline{B'} = 6^3 - 5^3 = 91$</p> <p>Zauważenie, że zdarzenie $A \cap B$ jest sumą parami rozłącznych zdarzeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – otrzymamy raz jedno oczko, raz sześć oczek i raz liczbę oczek ze zbioru $\{2, 3, 4, 5\}$, możliwe są $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ takie wyniki – otrzymamy raz jedno oczko i dwa razy sześć oczek, możliwe są 3 takie wyniki – otrzymamy dwa razy jedno oczko i raz sześć oczek, możliwe są 3 takie wyniki <p>Obliczenie mocy zbioru $A \cap B$: $\overline{A \cap B} = 30$ i podanie odpowiedzi: $P(A B) = \frac{30}{91}$</p>
13.	<p>Zapisanie zależności: $A' \cup B' = (A \cap B)'$</p> <p>Wyznaczenie prawdopodobieństwa zbioru $A' \cup B'$: $P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B)$</p> <p>Zapisanie zależności: $A \cup B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \cup (A \cap B)$</p> <p>Zauważenie, że zdarzenia $A \setminus B$, $B \setminus A$ i $A \cap B$ są parami rozłączne oraz $P(A \cup B) = 1$, zatem $P(A \setminus B) + P(B \setminus A) + P(A \cap B) = 1$, a stąd $P(A \cap B) = \frac{5}{12}$</p> <p>Obliczenie szukanego prawdopodobieństwa: $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B) = \frac{7}{12}$</p>
14. a)	<p>Zapisanie zależności: $A \cup B = (A' \cap B')'$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa zbioru $A \cup B$: $P(A \cup B) = 1 - P(A' \cap B') = 0,4$</p>
14. b)	<p>Zapisanie równości: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ i na jej podstawie zależności: $P(A) + P(B) = 0,4$</p> <p>Zapisanie układu równań:</p> $\begin{cases} P(B) = 2P(A) \\ P(A) + P(B) = 0,4 \end{cases}$ <p>i rozwiązanie go: $P(A) = \frac{2}{15}$ i $P(B) = \frac{4}{15}$</p>
15.	<p>Zauważenie, że $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$</p> <p>Dokończenie dowodu: $P(A \cap B') = P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1 - P(B)) = P(A)P(B')$</p>
16.	<p>Zauważenie, że $P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) \leq 1$, stąd $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$</p> <p>Wyznaczenie $P(A \cap B) \geq 0,5$</p> <p>Wyznaczenie prawdopodobieństwa warunkowego $P(A B)$: $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \geq \frac{0,5}{0,8} = 0,625$</p>
17.	<p>Wprowadzenie oznaczeń dla zdarzeń: B_1 – wylosowanie liczby 1, B_2 – wylosowanie liczby 2, B_3 – wylosowanie liczby 3, A – otrzymanie co najmniej jednego orła</p> <p>Zauważenie, że zdarzenia B_1, B_2 i B_3 spełniają założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym: $P(A) = P(A B_1)P(B_1) + P(A B_2)P(B_2) + P(A B_3)P(B_3)$</p>

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
17. cd.	<p>Obliczenie prawdopodobieństw zdarzeń B_1, B_2 i B_3: $P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3}$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństw zdarzeń $P(A B_1), P(A B_2), P(A B_3)$: $P(A B_1) = \frac{1}{2}, P(A B_2) = \frac{3}{4}, P(A B_3) = \frac{7}{8}$</p> <p>Podanie odpowiedzi: Prawdopodobieństwo otrzymania co najmniej jednego orła jest równe $\frac{17}{24}$.</p> <p>Założenie, że $n \geq 3$, i przekształcenie nierówności $\binom{n}{n-3} \leq n$ do postaci: $n^2 - 3n - 4 \leq 0$</p>
18.	<p>Podanie rozwiązań nierówności: $n = 3$ lub $n = 4$</p> <p>Sprawdzenie, która z liczb 3, 4 jest pierwiastkiem wielomianu w: liczba 4</p> <p>Podanie odpowiedzi: $\frac{1}{2}$</p>
19.	<p>Obliczenie prawdopodobieństw p_2, \dots, p_6: $p_2 = \frac{15}{64}, p_3 = \frac{20}{64}, p_4 = \frac{15}{64}, p_5 = \frac{6}{64}, p_6 = \frac{1}{64}$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństw zdarzeń $A \cap B$ oraz B: $P(A \cap B) = \frac{26}{64}, P(B) = \frac{57}{64}$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa warunkowego $P(A B)$: $P(A B) = \frac{26}{57}$</p>
20.	<p>Wyznaczenie liczby wszystkich możliwych wyników losowania dwóch kul z II urny: $\binom{12}{2}$</p> <p>Wprowadzenie oznaczeń: A_1 – wylosowanie białej kuli z I urny, A_2 – wylosowanie czarnej kuli z I urny, B – wylosowanie dwóch kul białych z II urny i podanie prawdopodobieństw: $P(A_1) = \frac{3}{8}, P(A_2) = \frac{5}{8}$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństw warunkowych: $P(B A_1) = \frac{\binom{10}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{15}{22}$ i $P(B A_2) = \frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{7}{22}$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia B: $P(B) = P(B A_1)P(A_1) + P(B A_2)P(A_2) = \frac{15}{22} \cdot \frac{3}{8} + \frac{7}{22} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{11}$</p>
21.	<p>Obliczenie a i b: $a = -1, b = 1$</p> <p>Obliczenie c: $c = \log_2 12$</p> <p>Obliczenie d: $d = 2$</p>
21.	<p>Wyznaczenie $\overline{\overline{\Omega}}$: $\overline{\overline{\Omega}} = \binom{4}{2} = 6$</p> <p>Wyznaczenie $\overline{\overline{A}}$, gdzie A jest zdarzeniem polegającym na wylosowaniu dwóch liczb całkowitych: $\overline{\overline{A}} = 3$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{1}{2}$</p>
22. a)	<p>Opis zbioru zdarzeń elementarnych: Ω – 3-elementowe wariacje z powtórzeniami ze zbioru n-elementowego, wyznaczenie $\overline{\overline{\Omega}}$: $\overline{\overline{\Omega}} = n^3$</p> <p>Opis zdarzenia A – utworzony ciąg jest monotoniczny, wyznaczenie liczby ciągów rosnących: $k_1 = \binom{n}{3}$ i liczby ciągów malejących: $k_2 = \binom{n}{3}$</p>

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania
22. a) cd.	<p>Wyznaczenie liczby ciągów stałych: $k_3 = n$</p> <p>Wyznaczenie liczby ciągów monotonicznych, w których dokładnie dwa wyrazy są równe: $k_4 = 4 \binom{n}{2}$</p> <p>Wyznaczenie \overline{A}: $\overline{A} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4 = 2 \binom{n}{3} + n + 4 \binom{n}{2}$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{\overline{A}}{\Omega} = \frac{n^2 + 3n - 1}{3n^2}$</p>
22. b)	<p>Zapisanie równania $P(A) = \frac{9}{16}$ w postaci $11n^2 - 48n + 16 = 0$</p> <p>Rozwiązanie równania i podanie odpowiedzi: $n = 4$</p> <p>Wprowadzenie oznaczeń: A – wśród wylosowanych liczb będzie liczba 8, B – suma wylosowanych liczb będzie nieparzysta</p> <p>oraz przekształcenie wzoru na prawdopodobieństwo warunkowe: $P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\overline{A \cap B}}{\overline{B}}$</p>
23.	<p>Obliczenie liczebności zbiorów $\overline{A \cap B}$ oraz \overline{B}: $\overline{A \cap B} = 7$, $\overline{B} = 42$</p> <p>Obliczenie prawdopodobieństwa warunkowego $P(A B)$: $P(A B) = \frac{1}{6}$</p> <p>Obliczenie sumy liczb: $111 + 112 + 113 + 121 + 122 + 123 + 131 + 132 + 133 = 1098$</p> <p>Obliczenie sumy liczb: $211 + 212 + 213 + 221 + 222 + 223 + 231 + 232 + 233 = 1998$</p> <p>Obliczenie sumy liczb: $311 + 312 + 313 + 321 + 322 + 323 + 331 + 332 + 333 = 2898$</p> <p>Podanie odpowiedzi: Suma wszystkich liczb jest równa 5994.</p> <p>Rozłożenie liczby 24 na czynniki pierwsze: $24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ oraz zauważenie, że jest pięć parami wykluczających się możliwości, w których iloczyn cyfr liczby ośmiocyfrowej jest równy 24</p> <p>Obliczenie, ile jest ośmiocyfrowych liczb, których cyfry składają się z jednej trójki, trzech dwójek i czterech jedynek ($24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$): $8 \cdot \binom{7}{3} = 280$</p> <p>Obliczenie, ile jest ośmiocyfrowych liczb, których cyfry składają się z jednej trójki, jednej czwórki, jednej dwójki i pięciu jedynek ($24 = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$): $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$</p>
24.	<p>Obliczenie, ile jest ośmiocyfrowych liczb, których cyfry składają się z jednej trójki, jednej ósemki i sześciu jedynek ($24 = 3 \cdot 8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$): $8 \cdot 7 = 56$</p> <p>Obliczenie, ile jest ośmiocyfrowych liczb, których cyfry składają się z jednej szóstki, jednej czwórki i sześciu jedynek ($24 = 6 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$): $8 \cdot 7 = 56$</p> <p>Obliczenie, ile jest ośmiocyfrowych liczb, których cyfry składają się z jednej szóstki, dwóch dwójek i pięciu jedynek ($24 = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$): $8 \cdot \binom{7}{2} = 168$</p> <p>Obliczenie, ile jest wszystkich ośmiocyfrowych liczb, których iloczyn cyfr jest równy 24, i podanie odpowiedzi: Jest 896 takich liczb.</p>

Numer
zadania

Etapy rozwiązania zadania

Zauważenie, że jest jedna stycyfrowa liczba, której pierwsza cyfra jest równa 4, a po niej następuje 99 zer

Obliczenie, ile jest stycyfrowych liczb postaci $3000\dots1\dots000$, w których po cyfrze 3 występuje 98 cyfr 0 i jedna cyfra 1, oraz ile jest stycyfrowych liczb postaci $2000\dots2\dots000$, w których po cyfrze 2 występuje 98 cyfr 0 i jedna cyfra 2, a także ile jest stycyfrowych liczb postaci $1000\dots3\dots000$, w których po cyfrze 1 występuje 98 cyfr 0 i jedna cyfra 3: $3 \cdot 99 = 297$

26.

Obliczenie, ile jest stycyfrowych liczb postaci $2000\dots1\dots000\dots1\dots000$, w których po cyfrze 2 występuje 97 cyfr 0 i dwie cyfry 1 stojące na dwóch miejscach wybranych z 99 możliwych miejsc: $\binom{99}{2} = 4851$

Obliczenie, ile jest stycyfrowych liczb postaci $1000\dots2\dots000\dots1\dots000$ oraz $1000\dots1\dots000\dots2\dots000$, w których po cyfrze 1 występuje 97 cyfr 0 oraz cyfry 1 i 2 (w dowolnej kolejności) stojące na dwóch miejscach wybranych z 99 możliwych miejsc: $2 \cdot \binom{99}{2} = 9702$

Obliczenie, ile jest stycyfrowych liczb postaci $1000\dots1\dots000\dots1\dots000\dots1\dots000$, w których po cyfrze 1 występuje 96 cyfr 0 i trzy cyfry 1 stojące na trzech miejscach wybranych z 99 możliwych miejsc: $\binom{99}{3} = 156849$

Obliczenie, ile jest wszystkich stycyfrowych liczb naturalnych o sumie cyfr równej 4:
jest 171700 takich liczb

Zauważenie, że wszystkie liczby stycyfrowe o sumie cyfr równej 5, w zapisie których występują tylko cyfry 0, 1, 3, 5, możemy podzielić na 4 grupy w zależności od tego, jaka cyfra stoi na pierwszym miejscu liczby

Liczba $5000\dots000$, w której po cyfrze 5 następuje 99 zer. Jest jedna taka liczba

Liczby postaci $3000\dots1\dots000\dots1\dots000$, w których po cyfrze 3 występuje 97 cyfr 0 i dwie cyfry 1 stojące na dwóch miejscach wybranych z 99 możliwych miejsc. Jest $\binom{99}{2} = 4851$ takich liczb

27.

Liczby postaci $1000\dots3\dots000\dots1\dots000$ lub $1000\dots1\dots000\dots3\dots000$, w których po cyfrze 1 występuje 97 cyfr 0 oraz cyfry 1 i 3 (w dowolnej kolejności) stojące na dwóch miejscach wybranych z 99 możliwych miejsc. Jest $99 \cdot 98 = 9702$ takich liczb

Liczby postaci $1000\dots1\dots000\dots1\dots000\dots1\dots000\dots1\dots000$, w których po cyfrze 1 występuje 95 cyfr 0 i cztery cyfry 1 stojące na czterech miejscach wybranych z 99 możliwych miejsc. Jest $\binom{99}{4} = 3\,764\,376$ takich liczb

Zatem wszystkich liczb stycyfrowych o sumie cyfr równej 5, w zapisie których występują tylko cyfry 0, 1, 3, 5, jest 3 778 930