

Funkcja wykładnicza

Na prezentacji przyjrzymy się dokładniej funkcji $f(x) = a^x$, gdzie $a \in \mathbb{R}^+$, czyli a jest dodatnią liczbą rzeczywistą.

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

i $f(x) = 3^x$,

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,
- iii $f(x) = (1.3)^x$,

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,
- iii $f(x) = (1.3)^x$,
- iv $f(x) = 1^x$.

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,
- iii $f(x) = (1.3)^x$,
- iv $f(x) = 1^x$.

Mamy powyżej cztery przykłady funkcji wykładniczej, wszystkie są postaci $f(x) = a^x$, ale można je podzielić na trzy kategorie:

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,
- iii $f(x) = (1.3)^x$,
- iv $f(x) = 1^x$.

Mamy powyżej cztery przykłady funkcji wykładniczej, wszystkie są postaci $f(x) = a^x$, ale można je podzielić na trzy kategorie:

$f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$, przykłady (i) oraz (iii),

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,
- iii $f(x) = (1.3)^x$,
- iv $f(x) = 1^x$.

Mamy powyżej cztery przykłady funkcji wykładniczej, wszystkie są postaci $f(x) = a^x$, ale można je podzielić na trzy kategorie:

$f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$, przykłady (i) oraz (iii),

$f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$, przykład (ii),

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,
- iii $f(x) = (1.3)^x$,
- iv $f(x) = 1^x$.

Mamy powyżej cztery przykłady funkcji wykładniczej, wszystkie są postaci $f(x) = a^x$, ale można je podzielić na trzy kategorie:

$f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$, przykłady (i) oraz (iii),

$f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$, przykład (ii),

$f(x) = a^x$, gdzie $a = 1$.

Wprowadzenie

Przykładami funkcji wykładniczej są funkcje:

- i $f(x) = 3^x$,
- ii $f(x) = (0.2)^x$,
- iii $f(x) = (1.3)^x$,
- iv $f(x) = 1^x$.

Mamy powyżej cztery przykłady funkcji wykładniczej, wszystkie są postaci $f(x) = a^x$, ale można je podzielić na trzy kategorie:

$f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$, przykłady (i) oraz (iii),

$f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$, przykład (ii),

$f(x) = a^x$, gdzie $a = 1$.

Przeanalizujemy te przykłady osobno.

Najpierw jednak zadanie wprowadzające (analogiczne do zadania 1.30) ze zbioru.

Najpierw jednak zadanie wprowadzające (analogiczne do zadania 1.30) ze zbioru.

Do wykresu funkcji $f(x) = a^x$ należy punkt $(\frac{1}{3}, 2)$. Zapisz wzór tej funkcji.

Najpierw jednak zadanie wprowadzające (analogiczne do zadania 1.30) ze zbioru.

Do wykresu funkcji $f(x) = a^x$ należy punkt $(\frac{1}{3}, 2)$. Zapisz wzór tej funkcji.

Sprawa jest bardzo prosta. Dla argumentu $x = \frac{1}{3}$, funkcja przyjmuje wartość $y = 2$, czyli:

Najpierw jednak zadanie wprowadzające (analogiczne do zadania 1.30) ze zbioru.

Do wykresu funkcji $f(x) = a^x$ należy punkt $(\frac{1}{3}, 2)$. Zapisz wzór tej funkcji.

Sprawa jest bardzo prosta. Dla argumentu $x = \frac{1}{3}$, funkcja przyjmuje wartość $y = 2$, czyli:

$$a^{\frac{1}{3}} = 2$$

Najpierw jednak zadanie wprowadzające (analogiczne do zadania 1.30) ze zbioru.

Do wykresu funkcji $f(x) = a^x$ należy punkt $(\frac{1}{3}, 2)$. Zapisz wzór tej funkcji.

Sprawa jest bardzo prosta. Dla argumentu $x = \frac{1}{3}$, funkcja przyjmuje wartość $y = 2$, czyli:

$$a^{\frac{1}{3}} = 2$$

a więc:

$$\sqrt[3]{a} = 2$$

Najpierw jednak zadanie wprowadzające (analogiczne do zadania 1.30) ze zbioru.

Do wykresu funkcji $f(x) = a^x$ należy punkt $(\frac{1}{3}, 2)$. Zapisz wzór tej funkcji.

Sprawa jest bardzo prosta. Dla argumentu $x = \frac{1}{3}$, funkcja przyjmuje wartość $y = 2$, czyli:

$$a^{\frac{1}{3}} = 2$$

a więc:

$$\sqrt[3]{a} = 2$$

to daje $a = 8$,

Najpierw jednak zadanie wprowadzające (analogiczne do zadania 1.30) ze zbioru.

Do wykresu funkcji $f(x) = a^x$ należy punkt $(\frac{1}{3}, 2)$. Zapisz wzór tej funkcji.

Sprawa jest bardzo prosta. Dla argumentu $x = \frac{1}{3}$, funkcja przyjmuje wartość $y = 2$, czyli:

$$a^{\frac{1}{3}} = 2$$

a więc:

$$\sqrt[3]{a} = 2$$

to daje $a = 8$, czyli wzór szukanej funkcji to $f(x) = 8^x$.

$$a > 1$$

Zacniemy od przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

$$a > 1$$

Zaczniemy od przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$. Na przykład $f(x) = 2^x$,
 $g(x) = 3^x$, $h(x) = 5^x$.

$$a > 1$$

Zacniemy od przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$. Na przykład $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 5^x$.

Zacznijmy analizę od metody chałupniczej, czyli podstawmy różne argumenty pod x i zapiszmy w tabelce:

$$a > 1$$

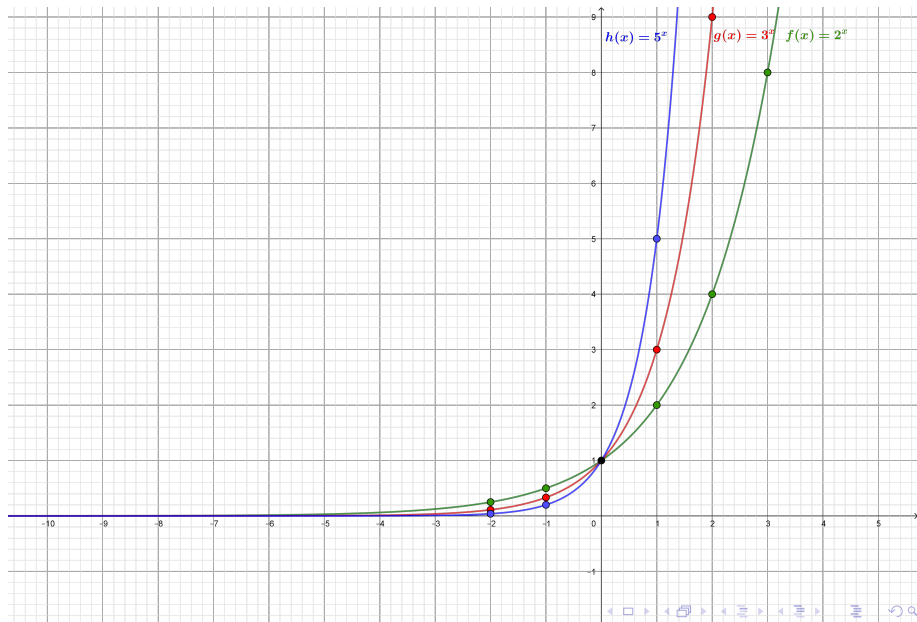
Zacniemy od przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$. Na przykład $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 5^x$.

Zacznijmy analizę od metody chałupniczej, czyli podstawmy różne argumenty pod x i zapiszmy w tabelce:

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	0.25	0.5	1	2	4	8	16
g(x)	0.(1)	0.(3)	1	3	9	27	81
h(x)	0.004	0.02	1	5	25	125	625

Wykorzystajmy tabelkę, by narysować wykresy:

Wykorzystajmy tabelkę, by narysować wykresy:



$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka

$$f(0) = a^0 = 1.$$

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.).

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.).
Czyli domyślną dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.).
Czyli domyślną dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji również rosną do nieskończoności.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.).
Czyli domyślną dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji również rosną do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.). Czyli domyślną dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji również rosną do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji dążą do 0.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.). Czyli domyślną dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji również rosną do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji dążą do 0. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.). Czyli domyślną dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji również rosną do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji dążą do 0. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

Funkcja jest zawsze dodatnia.

$$a > 1$$

Jakie mamy obserwacje?

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1. Nie jest to żadna niespodzianka
 $f(0) = a^0 = 1$.

Im większy argument, tym większa wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **rosnąca**.

Pod x możemy podstawić dowolną liczbę (ułamek, 0, ujemną, etc.). Czyli domyślną dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji również rosną do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$.

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji dążą do 0. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$.

Funkcja jest zawsze dodatnia. Zbiorem wartości funkcji jest przedział $(0, \infty)$.

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań.

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań.
Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$,
gdzie $a > 1$.

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań. Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$7^{\sqrt{3}}, 7^{\sqrt{2}}, 7^2, 7^{-\sqrt{6}}, 7^{2\sqrt{2}}$$

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań. Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$7^{\sqrt{3}}, 7^{\sqrt{2}}, 7^2, 7^{-\sqrt{6}}, 7^{2\sqrt{2}}$$

Możemy tu rozważyć funkcje $f(x) = 7^x$, jest to funkcja wykładnicza postaci $f(x) = a^x$, przy czym mamy $a > 1$ ($7 > 1$),

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań. Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$7^{\sqrt{3}}, 7^{\sqrt{2}}, 7^2, 7^{-\sqrt{6}}, 7^{2\sqrt{2}}$$

Możemy tu rozważyć funkcje $f(x) = 7^x$, jest to funkcja wykładnicza postaci $f(x) = a^x$, przy czym mamy $a > 1$ ($7 > 1$), czyli jest to funkcja rosnąca,

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań. Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$7^{\sqrt{3}}, 7^{\sqrt{2}}, 7^2, 7^{-\sqrt{6}}, 7^{2\sqrt{2}}$$

Możemy tu rozważyć funkcję $f(x) = 7^x$, jest to funkcja wykładnicza postaci $f(x) = a^x$, przy czym mamy $a > 1$ ($7 > 1$), czyli jest to funkcja rosnąca, im większy argument, tym większa wartość.

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań. Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$7^{\sqrt{3}}, 7^{\sqrt{2}}, 7^2, 7^{-\sqrt{6}}, 7^{2\sqrt{2}}$$

Możemy tu rozważyć funkcje $f(x) = 7^x$, jest to funkcja wykładnicza postaci $f(x) = a^x$, przy czym mamy $a > 1$ ($7 > 1$), czyli jest to funkcja rosnąca, im większy argument, tym większa wartość. Uporządkujemy więc najpierw argumenty:

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań. Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$7^{\sqrt{3}}, 7^{\sqrt{2}}, 7^2, 7^{-\sqrt{6}}, 7^{2\sqrt{2}}$$

Możemy tu rozważyć funkcje $f(x) = 7^x$, jest to funkcja wykładnicza postaci $f(x) = a^x$, przy czym mamy $a > 1$ ($7 > 1$), czyli jest to funkcja rosnąca, im większy argument, tym większa wartość. Uporządkujemy więc najpierw argumenty:

$$-\sqrt{6} < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 2 < 2\sqrt{2}$$

$$a > 1$$

Na podstawie tych obserwacji możemy rozwiązać już kilka zadań. Pamiętajmy jednak, że cały czas rozważamy tylko przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a > 1$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$7^{\sqrt{3}}, 7^{\sqrt{2}}, 7^2, 7^{-\sqrt{6}}, 7^{2\sqrt{2}}$$

Możemy tu rozważyć funkcje $f(x) = 7^x$, jest to funkcja wykładnicza postaci $f(x) = a^x$, przy czym mamy $a > 1$ ($7 > 1$), czyli jest to funkcja rosnąca, im większy argument, tym większa wartość. Uporządkujemy więc najpierw argumenty:

$$-\sqrt{6} < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 2 < 2\sqrt{2}$$

a więc mamy:

$$7^{-\sqrt{6}} < 7^{\sqrt{2}} < 7^{\sqrt{3}} < 7^2 < 7^{2\sqrt{2}}$$

Zadanie 1

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2}{3^x + 1}$.

Zadanie 1

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2}{3^x + 1}$.

W mianowniku mamy funkcję 3^x , której zbiór wartości to $(0, \infty)$.

Zadanie 1

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2}{3^x + 1}$.

W mianowniku mamy funkcję 3^x , której zbiór wartości to $(0, \infty)$. W związku z tym zbiór wartości mianownika to $(1, \infty)$.

Zadanie 1

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2}{3^x + 1}$.

W mianowniku mamy funkcję 3^x , której zbiór wartości to $(0, \infty)$. W związku z tym zbiór wartości mianownika to $(1, \infty)$. Mianownik jest więc zawsze dodatni, czyli im mniejszy mianownik, tym większa wartość ułamka i *vice versa*.

Zadanie 1

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2}{3^x + 1}$.

W mianowniku mamy funkcję 3^x , której zbiór wartości to $(0, \infty)$. W związku z tym zbiór wartości mianownika to $(1, \infty)$. Mianownik jest więc zawsze dodatni, czyli im mniejszy mianownik, tym większa wartość ułamka i *vice versa*. Ostatecznie cała funkcja będzie miała zbiór wartości $(0, 2)$ (0, gdy mianownik dąży do ∞ , a 2, gdy mianownik dąży do 1).

Zadanie 2

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1}$.

Zadanie 2

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1}$.

Najpierw trochę przekształcimy naszą funkcję, by łatwiej ją było przeanalizować:

Zadanie 2

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1}$.

Najpierw trochę przekształcimy naszą funkcję, by łatwiej ją było przeanalizować:

$$f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1} = \frac{2^x + 1 + 3}{2^x + 1} = 1 + \frac{3}{2^x + 1}$$

Zadanie 2

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1}$.

Najpierw trochę przekształcimy naszą funkcję, by łatwiej ją było przeanalizować:

$$f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1} = \frac{2^x + 1 + 3}{2^x + 1} = 1 + \frac{3}{2^x + 1}$$

Teraz zadanie jest analogiczne do poprzedniego.

Zadanie 2

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1}$.

Najpierw trochę przekształcimy naszą funkcję, by łatwiej ją było przeanalizować:

$$f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1} = \frac{2^x + 1 + 3}{2^x + 1} = 1 + \frac{3}{2^x + 1}$$

Teraz zadanie jest analogiczne do poprzedniego. $2^x + 1$ przyjmuje wartości w przedziale $(1, \infty)$, czyli wyrażenie $\frac{3}{2^x + 1}$ przyjmuje wartości w przedziale $(0, 3)$,

Zadanie 2

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1}$.

Najpierw trochę przekształcimy naszą funkcję, by łatwiej ją było przeanalizować:

$$f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x + 1} = \frac{2^x + 1 + 3}{2^x + 1} = 1 + \frac{3}{2^x + 1}$$

Teraz zadanie jest analogiczne do poprzedniego. $2^x + 1$ przyjmuje wartości w przedziale $(1, \infty)$, czyli wyrażenie $\frac{3}{2^x + 1}$ przyjmuje wartości w przedziale $(0, 3)$, ostatecznie zbiorem wartości naszej funkcji będzie przedział $(1, 4)$.

Zadanie 3

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -36^x - 4 \cdot 6^x - 5$.

Zadanie 3

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -36^x - 4 \cdot 6^x - 5$.

Mam nadzieję, że pierwszy krok jest dosyć intuicyjny

Zadanie 3

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -36^x - 4 \cdot 6^x - 5$.

Mam nadzieję, że pierwszy krok jest dosyć intuicyjny- podstawimy $t = 6^x$, to sprawi, że będziemy mieli:

$$f(t) = -t^2 - 4t - 5$$

Zadanie 3

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -36^x - 4 \cdot 6^x - 5$.

Mam nadzieję, że pierwszy krok jest dosyć intuicyjny- podstawimy $t = 6^x$, to sprawi, że będziemy mieli:

$$f(t) = -t^2 - 4t - 5$$

Wiemy przy tym, że $t \in (0, \infty)$ (bo 6^x może tylko takie wartości przyjmować).

Zadanie 3

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -36^x - 4 \cdot 6^x - 5$.

Mam nadzieję, że pierwszy krok jest dosyć intuicyjny- podstawimy $t = 6^x$, to sprawi, że będziemy mieli:

$$f(t) = -t^2 - 4t - 5$$

Wiemy przy tym, że $t \in (0, \infty)$ (bo 6^x może tylko takie wartości przyjmować). Przypominamy sobie teraz funkcję kwadratową:

Zadanie 3

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -36^x - 4 \cdot 6^x - 5$.

Mam nadzieję, że pierwszy krok jest dosyć intuicyjny- podstawimy $t = 6^x$, to sprawi, że będziemy mieli:

$$f(t) = -t^2 - 4t - 5$$

Wiemy przy tym, że $t \in (0, \infty)$ (bo 6^x może tylko takie wartości przyjmować). Przypominamy sobie teraz funkcję kwadratową: $a = -1 < 0$, czyli ramiona do dołu.

Zadanie 3

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = -36^x - 4 \cdot 6^x - 5$.

Mam nadzieję, że pierwszy krok jest dosyć intuicyjny- podstawimy $t = 6^x$, to sprawi, że będziemy mieli:

$$f(t) = -t^2 - 4t - 5$$

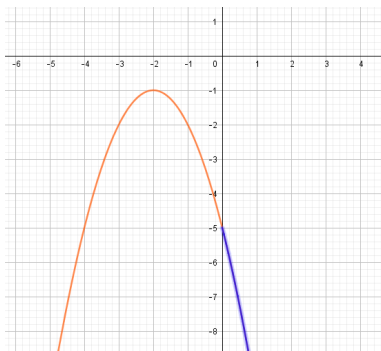
Wiemy przy tym, że $t \in (0, \infty)$ (bo 6^x może tylko takie wartości przyjmować). Przypominamy sobie teraz funkcję kwadratową: $a = -1 < 0$, czyli ramiona do dołu. Współrzędne wierzchołka to $\frac{-b}{2a} = -2$ oraz $\frac{-\Delta}{4a} = -1$.

Zadanie 1.27 (b)

Wykres tej funkcji kwadratowej przedstawia się tak:

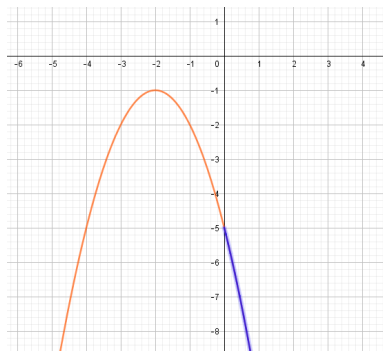
Zadanie 1.27 (b)

Wykres tej funkcji kwadratowej przedstawia się tak:



Zadanie 1.27 (b)

Wykres tej funkcji kwadratowej przedstawia się tak:



Nas interesuje tylko niebieska część (gdyż $t \in (0, \infty)$), więc ostatecznie zbiór wartości to $(-\infty, -5)$.

Tu krótka, ale ważna, uwaga. Niebieska część wykresu funkcji kwadratowej to nie jest wykres naszej funkcji $f(x)$ (w szczególności dziedziną naszej funkcji $f(x)$ są liczby rzeczywiste), ale dzięki niej możemy odczytać zbiór wartości funkcji $f(x)$.

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zrobimy podstawienie $t = -x^2 + 9$.

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zrobimy podstawienie $t = -x^2 + 9$. Otrzymamy wtedy funkcję $f(t) = 2^t$, ona jest bardzo prosta do analizy,

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zrobimy podstawienie $t = -x^2 + 9$. Otrzymamy wtedy funkcję $f(t) = 2^t$, ona jest bardzo prosta do analizy, musimy jedynie ustalić jej dziedzinę.

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zrobimy podstawienie $t = -x^2 + 9$. Otrzymamy wtedy funkcję $f(t) = 2^t$, ona jest bardzo prosta do analizy, musimy jedynie ustalić jej dziedzinę. Skoro $x \in \langle -1, 1 \rangle$, to $t = -x^2 + 9 \in \langle 8, 9 \rangle$ (tu już nie wchodziłem w szczegóły, to prosta funkcja kwadratowa, mam nadzieję, że wszyscy rozumieją skąd te wartości).

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zrobimy podstawienie $t = -x^2 + 9$. Otrzymamy wtedy funkcję $f(t) = 2^t$, ona jest bardzo prosta do analizy, musimy jedynie ustalić jej dziedzinę. Skoro $x \in \langle -1, 1 \rangle$, to $t = -x^2 + 9 \in \langle 8, 9 \rangle$ (tu już nie wchodziłem w szczegóły, to prosta funkcja kwadratowa, mam nadzieję, że wszyscy rozumieją skąd te wartości). Wracamy do $f(t) = 2^t$,

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zrobimy podstawienie $t = -x^2 + 9$. Otrzymamy wtedy funkcję $f(t) = 2^t$, ona jest bardzo prosta do analizy, musimy jedynie ustalić jej dziedzinę. Skoro $x \in \langle -1, 1 \rangle$, to $t = -x^2 + 9 \in \langle 8, 9 \rangle$ (tu już nie wchodziłem w szczegóły, to prosta funkcja kwadratowa, mam nadzieję, że wszyscy rozumieją skąd te wartości). Wracamy do $f(t) = 2^t$, naszą dziedziną jest $t \in \langle 8, 9 \rangle$, a 2^t jest funkcją rosnącą,

Zadanie 1.29 (b)

Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2^{-x^2+9}$ dla $x \in \langle -1, 1 \rangle$.

Zrobimy podstawienie $t = -x^2 + 9$. Otrzymamy wtedy funkcję $f(t) = 2^t$, ona jest bardzo prosta do analizy, musimy jedynie ustalić jej dziedzinę. Skoro $x \in \langle -1, 1 \rangle$, to $t = -x^2 + 9 \in \langle 8, 9 \rangle$ (tu już nie wchodziłem w szczegóły, to prosta funkcja kwadratowa, mam nadzieję, że wszyscy rozumieją skąd te wartości). Wracamy do $f(t) = 2^t$, naszą dziedziną jest $t \in \langle 8, 9 \rangle$, a 2^t jest funkcją rosnącą, więc jej zbiór wartości to będzie $\langle 2^8, 2^9 \rangle$, czyli $\langle 256, 512 \rangle$.

$$0 < a < 1$$

Teraz przejdziemy do przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$.

$$0 < a < 1$$

Teraz przejdziemy do przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$. Przykłady to $f(x) = (0.5)^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$, $h(x) = (0.2)^x$.

$$0 < a < 1$$

Teraz przejdziemy do przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$. Przykłady to $f(x) = (0.5)^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$, $h(x) = (0.2)^x$.

Moglibyśmy postąpić tak, jak w przypadku $a > 1$, czyli zrobić tabelkę i na jej podstawie narysować wykres.

$$0 < a < 1$$

Teraz przejdziemy do przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$. Przykłady to $f(x) = (0.5)^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$, $h(x) = (0.2)^x$.

Moglibyśmy postąpić tak, jak w przypadku $a > 1$, czyli zrobić tabelkę i na jej podstawie narysować wykres. Spójrzmy jednak na to troszkę inaczej. Porównajmy funkcje $f_1(x) = (0.5)^x$ i znaną nam już $f_2(x) = 2^x$,

$$0 < a < 1$$

Teraz przejdziemy do przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$. Przykłady to $f(x) = (0.5)^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$, $h(x) = (0.2)^x$.

Moglibyśmy postąpić tak, jak w przypadku $a > 1$, czyli zrobić tabelkę i na jej podstawie narysować wykres. Spójrzmy jednak na to troszkę inaczej. Porównajmy funkcje $f_1(x) = (0.5)^x$ i znaną nam już $f_2(x) = 2^x$, mamy:

$$f_1(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = (2^{-1})^x = 2^{-x} = f_2(-x)$$

Co to oznacza?

$$0 < a < 1$$

Teraz przejdziemy do przypadku $f(x) = a^x$, gdzie $0 < a < 1$. Przykłady to $f(x) = (0.5)^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$, $h(x) = (0.2)^x$.

Moglibyśmy postąpić tak, jak w przypadku $a > 1$, czyli zrobić tabelkę i na jej podstawie narysować wykres. Spójrzmy jednak na to troszkę inaczej. Porównajmy funkcje $f_1(x) = (0.5)^x$ i znaną nam już $f_2(x) = 2^x$, mamy:

$$f_1(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = (2^{-1})^x = 2^{-x} = f_2(-x)$$

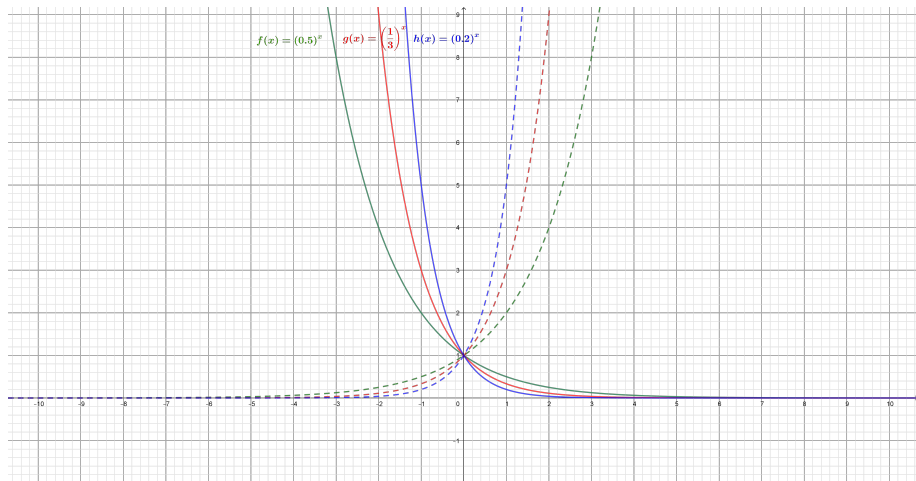
Co to oznacza? Oznacza to, że wykres funkcji $f_1(x)$ powstał poprzez zastosowanie symetrii osiowej względem osi Y na wykresie $f_2(x)$ (reflection in y-axis).

$$0 < a < 1$$

Wykresy funkcji $f(x) = (0.5)^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$, $h(x) = (0.2)^x$ przedstawiają się następująco (przerywaną linią wykresy funkcji 2^x , 3^x i 5^x):

$$0 < a < 1$$

Wykresy funkcji $f(x) = (0.5)^x$, $g(x) = (\frac{1}{3})^x$, $h(x) = (0.2)^x$ przedstawiają się następująco (przerywaną linią wykresy funkcji 2^x , 3^x i 5^x):



$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje?

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

Dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

Dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji maleje do 0.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

Dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji maleje do 0.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

Dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji maleje do 0.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji rośnie do nieskończoności.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

Dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji maleje do 0.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji rośnie do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

Dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji maleje do 0.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji rośnie do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$.

Funkcja jest zawsze dodatnia.

$$0 < a < 1$$

Jakie mamy obserwacje? Są dosyć podobne, ale jest kilka różnic:

Dla $x = 0$, funkcje mają wartość 1.

Im większy argument, tym **mniejsza** wartość funkcji. To znaczy, że funkcja jest **malejąca**.

Dziedziną funkcji są wszystkie liczby rzeczywiste.

Jeśli x rośnie do nieskończoności, to wartości funkcji maleje do 0.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

Jeśli x maleje do minus nieskończoności, to wartości funkcji rośnie do nieskończoności. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$.

Funkcja jest zawsze dodatnia. Zbiorem wartości funkcji jest przedział $(0, \infty)$.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{4}\right)^3, \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{4}\right)^3, \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Rozważamy funkcję $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, ponieważ mamy $0 < \frac{1}{4} < 1$, to jest to funkcja malejąca.

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{4}\right)^3, \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Rozważamy funkcję $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, ponieważ mamy $0 < \frac{1}{4} < 1$, to jest to funkcja malejąca. Uporządkujemy najpierw argumenty:

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{4}\right)^3, \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Rozważamy funkcję $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, ponieważ mamy $0 < \frac{1}{4} < 1$, to jest to funkcja malejąca. Uporządkujemy najpierw argumenty:

$$-1 < -\frac{1}{2} < \sqrt{3} < 2 < \sqrt{5} < 3$$

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{4}\right)^3, \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Rozważamy funkcję $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, ponieważ mamy $0 < \frac{1}{4} < 1$, to jest to funkcja malejąca. Uporządkujemy najpierw argumenty:

$$-1 < -\frac{1}{2} < \sqrt{3} < 2 < \sqrt{5} < 3$$

Mamy do czynienia z funkcją malejącą (im większy argument, tym mniejsza wartość), a więc:

Uporządkuj w kolejności rosnącej liczby:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{4}\right)^3, \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Rozważamy funkcję $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$, ponieważ mamy $0 < \frac{1}{4} < 1$, to jest to funkcja malejąca. Uporządkujemy najpierw argumenty:

$$-1 < -\frac{1}{2} < \sqrt{3} < 2 < \sqrt{5} < 3$$

Mamy do czynienia z funkcją malejącą (im większy argument, tym mniejsza wartość), a więc:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 < \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{5}} < \left(\frac{1}{4}\right)^2 < \left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} < \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$$

Zadanie 4

Mamy dane:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^m > (0.6)^n$$

i chcemy ustalić, związek między wykładnikami m i n .

Zadanie 4

Mamy dane:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^m > (0.6)^n$$

i chcemy ustalić, związek między wykładnikami m i n .

Oczywiście zapis dziesięty nam nie przeszkadza, mamy:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^m > \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

czyli rozpatrujemy funkcję $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$.

Zadanie 4

Mamy dane:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^m > (0.6)^n$$

i chcemy ustalić, związek między wykładnikami m i n .

Oczywiście zapis dziesięty nam nie przeszkadza, mamy:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^m > \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

czyli rozpatrujemy funkcję $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$. Ponieważ $0 < \frac{3}{5} < 1$, to jest to funkcja **malejąca**.

Zadanie 4

Mamy dane:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^m > (0.6)^n$$

i chcemy ustalić, związek między wykładnikami m i n .

Oczywiście zapis dziesięty nam nie przeszkadza, mamy:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^m > \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

czyli rozpatrujemy funkcję $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x$. Ponieważ $0 < \frac{3}{5} < 1$, to jest to funkcja **malejąca**. W związku z tym jeśli $\left(\frac{3}{5}\right)^m > \left(\frac{3}{5}\right)^n$, to $m < n$ (nierówność jest odwrócona).

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Robimy podstawienie $t = x^2 - 2x + 1$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$ i otrzymujemy funkcję $f(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^t$.

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Robimy podstawienie $t = x^2 - 2x + 1$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$ i otrzymujemy funkcję $f(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^t$. Ustalmy dziedzinę tej funkcji.

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Robimy podstawienie $t = x^2 - 2x + 1$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$ i otrzymujemy funkcję $f(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^t$. Ustalmy dziedzinę tej funkcji. Skoro $x \in \langle 0, 3 \rangle$, to $t = x^2 - 2x + 1 \in \langle 0, 4 \rangle$ ($t = 0$ dla $x = 1$, a $t = 4$ dla $x = 3$).

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Robimy podstawienie $t = x^2 - 2x + 1$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$ i otrzymujemy funkcję $f(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^t$. Ustalmy dziedzinę tej funkcji. Skoro $x \in \langle 0, 3 \rangle$, to $t = x^2 - 2x + 1 \in \langle 0, 4 \rangle$ ($t = 0$ dla $x = 1$, a $t = 4$ dla $x = 3$). Funkcja $f(t)$ jest oczywiście malejąca, czyli najmniejszą wartość będzie miała dla $t = 4$,

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Robimy podstawienie $t = x^2 - 2x + 1$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$ i otrzymujemy funkcję $f(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^t$. Ustalmy dziedzinę tej funkcji. Skoro $x \in \langle 0, 3 \rangle$, to $t = x^2 - 2x + 1 \in \langle 0, 4 \rangle$ ($t = 0$ dla $x = 1$, a $t = 4$ dla $x = 3$). Funkcja $f(t)$ jest oczywiście malejąca, czyli najmniejszą wartość będzie miała dla $t = 4$, $f(4) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^4 = \frac{1}{9}$,

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Robimy podstawienie $t = x^2 - 2x + 1$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$ i otrzymujemy funkcję $f(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^t$. Ustalmy dziedzinę tej funkcji. Skoro $x \in \langle 0, 3 \rangle$, to $t = x^2 - 2x + 1 \in \langle 0, 4 \rangle$ ($t = 0$ dla $x = 1$, a $t = 4$ dla $x = 3$). Funkcja $f(t)$ jest oczywiście malejąca, czyli najmniejszą wartość będzie miała dla $t = 4$, $f(4) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^4 = \frac{1}{9}$, a największą wartość dla $t = 0$, $f(0) = 1$.

Zadanie 5

Mamy funkcję $f(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{x^2-2x+1}$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$.

Robimy podstawienie $t = x^2 - 2x + 1$, dla $x \in \langle 0, 3 \rangle$ i otrzymujemy funkcję $f(t) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^t$. Ustalmy dziedzinę tej funkcji. Skoro $x \in \langle 0, 3 \rangle$, to $t = x^2 - 2x + 1 \in \langle 0, 4 \rangle$ ($t = 0$ dla $x = 1$, a $t = 4$ dla $x = 3$). Funkcja $f(t)$ jest oczywiście malejąca, czyli najmniejszą wartość będzie miała dla $t = 4$, $f(4) = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^4 = \frac{1}{9}$, a największą wartość dla $t = 0$, $f(0) = 1$. Ostatecznie zbiór wartości to $\langle \frac{1}{9}, 1 \rangle$.

$$a = 1$$

Na koniec przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a = 1$.

$$a = 1$$

Na koniec przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a = 1$. Tu sprawa jest banalnie prosta $f(x) = a^x = 1^x = 1$.

$$a = 1$$

Na koniec przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a = 1$. Tu sprawa jest banalnie prosta $f(x) = a^x = 1^x = 1$. Mamy więc do czynienia z funkcją stałą. Wykresem jest oczywiście pozioma linia prosta $y = 1$.

$$a = 1$$

Na koniec przypadek $f(x) = a^x$, gdzie $a = 1$. Tu sprawa jest banalnie prosta $f(x) = a^x = 1^x = 1$. Mamy więc do czynienia z funkcją stałą. Wykresem jest oczywiście pozioma linia prosta $y = 1$. I na tym możemy rozważania tego przypadku zakończyć.

Ewentualne pytania proszę kierować na T.J.Lechowski@gmail.com