

Jedynka trygonometryczna

Zapis

Krótką uwagę o zapisie.

W IB (i anglojęzycznych źródłach) funkcję *tangens* zapisujemy używając skrótu "tan", natomiast w polskojęzycznych źródłach używamy "tg".

Co na prezentacji?

Musimy umieć zastosować jedynkę trygonometryczną do obliczenia wartości funkcji trygonometrycznych, gdy mamy daną jedną z nich.

Na następnych slajdach omówione zostaną przykłady zastosowania jedynki trygonometrycznej

Jedynka trygonometryczna

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Jedynka trygonometryczna

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Równość ta jest prawdziwa dla dowolnego kąta α , czyli np.

$$\sin^2(11^\circ) + \cos^2(11^\circ) = 1$$

Znaki funkcji trygonometrycznych

Warto pamiętać jaki znak ma dana funkcja trygonometryczna w zależności od tego, w której ćwiartce jest nasz kąt:

	I	II	III	IV
sin	+	+	-	-
cos	+	-	-	+
tg	+	-	+	-

Znaki funkcji trygonometrycznych

Można to zapamiętać poprzez **Add Sugar To Coffee**, czyli **All, Sine, Tangent, Cosine**.

Osobiście pamiętam to, bo po prostu mam w głowie unit circle.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz $\cos \alpha$ oraz $\operatorname{tg} \alpha$.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz $\cos \alpha$ oraz $\operatorname{tg} \alpha$.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz $\cos \alpha$ oraz $\operatorname{tg} \alpha$.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

$\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$ i $\operatorname{tg} \alpha < 0$.

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz $\cos \alpha$ oraz $\operatorname{tg} \alpha$.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

$\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$ i $\operatorname{tg} \alpha < 0$.

Korzystamy z jedynki trygonometrycznej:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

czyli

Zadanie 1

Wiedząc, że $\sin \alpha = \frac{1}{4}$ oraz, że α jest kątem rozwartym, oblicz $\cos \alpha$ oraz $\operatorname{tg} \alpha$.

α jest kątem rozwartym, czyli $\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$, jest w drugiej ćwiartce.

$\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$ i $\operatorname{tg} \alpha < 0$.

Korzystamy z jedynki trygonometrycznej:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

czyli

$$\cos^2 \alpha = \frac{15}{16}$$

Zadanie 1

$$\cos^2 \alpha = \frac{15}{16}$$

ma dwa rozwiązania

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \text{lub} \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Zadanie 1

$$\cos^2 \alpha = \frac{15}{16}$$

ma dwa rozwiązania

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \text{lub} \quad \cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Ponieważ wiemy, że jesteśmy w II ćwiartce, czyli *cosinus* musi być ujemny, to wnioskujemy, że:

$$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$$

Zadanie 1

Tangens obliczamy pamiętając, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Zadanie 1

Tangens obliczamy pamiętając, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

Czyli

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{4}}{-\frac{\sqrt{15}}{4}} = -\frac{1}{\sqrt{15}}$$

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$ i $\operatorname{tg} \alpha > 0$.

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$ i $\operatorname{tg} \alpha > 0$.

Korzystamy ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

czyli

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$ i $\operatorname{tg} \alpha > 0$.

Korzystamy ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

czyli

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3$$

czyli

Zadanie 2

Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = 3$ oraz, że $\alpha \in (180^\circ, 270^\circ)$, oblicz wartości pozostałych funkcji matematycznych.

α jest w trzeciej ćwiartce, czyli:

$\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$ i $\operatorname{tg} \alpha > 0$.

Korzystamy ze wzoru:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

czyli

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 3$$

czyli

$$\sin \alpha = 3 \cos \alpha$$

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy

$$\sin \alpha = 3 \cos \alpha:$$

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy

$\sin \alpha = 3 \cos \alpha$:

$$(3 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

Dochodzimy do równania:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$$

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy

$\sin \alpha = 3 \cos \alpha$:

$$(3 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

Dochodzimy do równania:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$$

To równanie ma dwa rozwiązania:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \text{lub} \quad \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

Zadanie 2

Teraz wykorzystamy jedynkę trygonometryczną i podstawimy

$$\sin \alpha = 3 \cos \alpha:$$

$$(3 \cos \alpha)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

Dochodzimy do równania:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$$

To równanie ma dwa rozwiązania:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \text{lub} \quad \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

Wiemy, że *cosinus* ma być ujemny, czyli:

$$\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$$

Zadanie 2

Z *sinusem* nie będzie już problemów:

$$\sin \alpha = 3 \cos \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$$

Zadanie 3

Wiedząc, że $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ oraz, że $\theta \in (\pi, 2\pi)$ oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta θ .

Zadanie 3

Wiedząc, że $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ oraz, że $\theta \in (\pi, 2\pi)$ oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta θ .

Przedział sugeruje 3. lub 4. ćwiartkę, ale skoro *cosinus* jest dodatni, to musi to być czwarta ćwiartka.

Zadanie 3

Wiedząc, że $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ oraz, że $\theta \in (\pi, 2\pi)$ oblicz wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta θ .

Przedział sugeruje 3. lub 4. ćwiartkę, ale skoro *cosinus* jest dodatni, to musi to być czwarta ćwiartka.

Z jedynki mamy:

$$\sin^2 \theta + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 1$$

Zadanie 3

Otrzymujemy $\sin \theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, ale skoro nasz kąt jest w czwartej ćwiartce, to mamy:

$$\sin \theta = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

To daje:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\sqrt{2}$$

W razie jakichkolwiek pytań, proszę pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.