Wartość bezwzgledna - proste nierówności

Musimy umieć rozwiazać proste nierówności z wartościa bezwgledna.

Definicja

$|a-b|$ oznacza odległość a od b.

Definicja

$|a-b|$ oznacza odległość a od b.

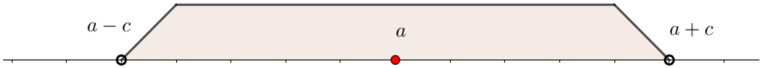
Konsekwencje:

- $|a-b| \geq 0$ - czyli odległość miedzy dwoma punktatmi (na osi liczbowej) nie może być ujemna,
- $|a-b| = |b-a|$ - odległość a od b jest taka sama jak b od a,
- $|a-b| \leq |a-c| + |c-b|$ odległość a od b jest nie wieksza niż suma odległości a od c i c od b.

Nierówności postaci

$$|x-a| < c$$

oznaczaja, że odległość x od a ma być mniejsza od c. Czyli



$x \in]a-c, a+c[$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x-a|<c$$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x - a| < c$$

$$-c < x - a < c$$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x - a| < c$$

$$-c < x - a < c$$

Czyli:

$$a - c < x < a + c$$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x - a| < c$$

$$-c < x - a < c$$

Czyli:

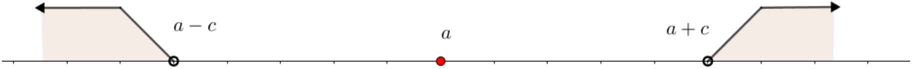
$$a - c < x < a + c$$

Ostatecznie otrzymujemy: $x \in]a - c, a + c[$

Nierówności postaci

$$|x-a|>c$$

oznaczaja, że odległość x od a ma być wieksza od c. Czyli



$x \in]-\infty, a-c[$ or $]a+c, \infty[$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x - a| > c$$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x-a| > c$$

$$x-a < -c \qquad \text{or} \qquad x-a > c$$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x-a| > c$$

$$x-a < -c \qquad \text{or} \qquad x-a > c$$

Czyli:

$$x < a-c \qquad \text{or} \qquad x > a+c$$

W praktyce rozwiazujemy je nastepujaco:

$$|x - a| > c$$

$$x - a < -c \qquad \text{or} \qquad x - a > c$$

Czyli:

$$x < a - c \qquad \text{or} \qquad x > a + c$$

Ostatecznie otrzymujemy: $x \in]-\infty, a - c[\cup]a + c, \infty[$

Przykłady 1

Rozwiążmy $|x| < 3$.

Przykłady 1

Rozwiażmy $|x| < 3$. Zapiszmy te nierówność jako $|x - 0| < 3$, czyli odległość x od 0 musi być mniejsza od 3. Czyli

$$-3 < x < 3$$

Przykłady 1

Rozwiażmy $|x| < 3$. Zapiszmy te nierówność jako $|x - 0| < 3$, czyli odległość x od 0 musi być mniejsza od 3. Czyli

$$-3 < x < 3$$

Rozwiazanie: $x \in]-3, 3[$

Przykłady 2

Rozwiażmy $|x - 1| \leq 2$.

Przykłady 2

Rozwiażmy $|x - 1| \leq 2$. Odległość x od 1 musi być nie wieksza od 2.

Algebraicznie rozwiazujemy nastepujaco:

$$-2 \leq x - 1 \leq 2$$

Przykłady 2

Rozwiażmy $|x-1| \leq 2$. Odległość x od 1 musi być nie wieksza od 2.

Algebraicznie rozwiazujemy nastepujaco:

$$-2 \leq x - 1 \leq 2$$

$$-1 \leq x \leq 3$$

Przykłady 2

Rozwiażmy $|x - 1| \leq 2$. Odległość x od 1 musi być nie wieksza od 2.

Algebraicznie rozwiazujemy nastepujaco:

$$-2 \leq x - 1 \leq 2$$

$$-1 \leq x \leq 3$$

Rozwiazanie: $x \in [-1, 3]$

Przykłady 3

Rozwiażmy $|2x - 5| < 4$.

Przykłady 3

Rozwiażmy $|2x - 5| < 4$. Odległość $2x$ od 5 musi być mniejsza od 4.

Algebraicznie:

$$-4 < 2x - 5 < 4$$

Przykłady 3

Rozwiażmy $|2x - 5| < 4$. Odległość $2x$ od 5 musi być mniejsza od 4.

Algebraicznie:

$$-4 < 2x - 5 < 4$$

$$0.5 < x < 4.5$$

Przykłady 3

Rozwiażmy $|2x - 5| < 4$. Odległość $2x$ od 5 musi być mniejsza od 4.

Algebraicznie:

$$-4 < 2x - 5 < 4$$

$$0.5 < x < 4.5$$

Rozwiazanie: $x \in]0.5, 4.5[$

Przykłady 4

Rozwiażmy $|x+7| \leq 2$.

Przykłady 4

Rozwiażmy $|x + 7| \leq 2$. Odległość x od -7 musi być nie wieksza od 2.

Algebraicznie:

$$-2 \leq x + 7 \leq 2$$

Przykłady 4

Rozwiażmy $|x+7| \leq 2$. Odległość x od -7 musi być nie wieksza od 2.

Algebraicznie:

$$-2 \leq x+7 \leq 2$$

$$-9 \leq x \leq -5$$

Przykłady 4

Rozwiażmy $|x+7| \leq 2$. Odległość x od -7 musi być nie wieksza od 2.

Algebraicznie:

$$-2 \leq x+7 \leq 2$$

$$-9 \leq x \leq -5$$

Rozwiazanie: $x \in [-9, -5]$

Przykłady 5

Rozwiażmy $|x - 3| > 4$.

Przykłady 5

Rozwiażmy $|x-3|>4$. Odległość x od 3 musi być wieksza od 4.

Algebraicznie:

$$x-3<-4 \qquad \text{or} \qquad x-3>4$$

Przykłady 5

Rozwiażmy $|x-3|>4$. Odległość x od 3 musi być wieksza od 4.

Algebraicznie:

$$x-3<-4 \qquad \text{or} \qquad x-3>4$$

$$x<-1 \qquad \text{or} \qquad x>7$$

Przykłady 5

Rozwiażmy $|x-3|>4$. Odległość x od 3 musi być wieksza od 4.

Algebraicznie:

$$x-3<-4 \qquad \text{or} \qquad x-3>4$$

$$x<-1 \qquad \text{or} \qquad x>7$$

Rozwiazanie: $x \in]-\infty, -1[\cup]7, \infty[$

Przykłady 6

Rozwiażmy $|x+1| \geq 8$.

Przykłady 6

Rozwiażmy $|x+1| \geq 8$. Odległość x od -1 musi być nie mniejsza od 8.

Algebraicznie:

$$x+1 \leq -8 \qquad \text{or} \qquad x+1 \geq 8$$

Przykłady 6

Rozwiażmy $|x+1| \geq 8$. Odległość x od -1 musi być nie mniejsza od 8.

Algebraicznie:

$$x+1 \leq -8 \qquad \text{or} \qquad x+1 \geq 8$$

$$x \leq -9 \qquad \text{or} \qquad x \geq 7$$

Przykłady 6

Rozwiażmy $|x+1| \geq 8$. Odległość x od -1 musi być nie mniejsza od 8.

Algebraicznie:

$$x+1 \leq -8 \qquad \text{or} \qquad x+1 \geq 8$$

$$x \leq -9 \qquad \text{or} \qquad x \geq 7$$

Rozwiazanie: $x \in]-\infty, -9] \ \cup \ [7, \infty[$

Przykłady 7

Rozwiażmy $|4x+5|>1$.

Przykłady 7

Rozwiażmy $|4x + 5| > 1$. Odległość $4x$ od -5 musi być wieksza od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \qquad \text{or} \qquad 4x + 5 > 1$$

Przykłady 7

Rozwiażmy $|4x+5| > 1$. Odległość $4x$ od -5 musi być wieksza od 1.

Algebraicznie:

$$4x+5 < -1 \qquad \text{or} \qquad 4x+5 > 1$$

$$x < -1.5 \qquad \text{or} \qquad x > -1$$

Przykłady 7

Rozwiażmy $|4x + 5| > 1$. Odległość $4x$ od -5 musi być wieksza od 1.

Algebraicznie:

$$4x + 5 < -1 \qquad \text{or} \qquad 4x + 5 > 1$$

$$x < -1.5 \qquad \text{or} \qquad x > -1$$

Rozwiazanie: $x \in]-\infty, -1.5[\cup]-1, \infty[$

W razie jakichkolwiek pytań, prosze pisać na T.J.Lechowski@gmail.com.